UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE

Escola de Engenharia

HidroUFF – Laboratório de Hidráulica

FENÔMENOS DE TRANSPORTE	FORMULÁRIO (revisado em 15/06/2022)	Profs.: Gabriel Nascimento (Depto. de Eng. Agrícola e Meio Ambiente) Elson Nascimento (Depto. de Eng. Civil)

Massa específica: $\rho = \dfrac{dm}{d\forall}$

Tensão viscosa (caso geral): $\tau_{ij} = \mu \dfrac{d\theta_{ij}}{dt} = \mu \left(\dfrac{du_i}{dx_j} + \dfrac{du_j}{dx_i} \right)$

$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = y \\ x_3 = z \end{cases}$ $\begin{cases} u_1 = u \\ u_2 = v \\ u_3 = w \end{cases}$

Peso específico: $\gamma = \rho g$

Lei de Newton da viscosidade (caso unidimensional): $\tau = \mu \dfrac{d\theta_{xy}}{dt} = \mu \dfrac{du}{dy}$

com perfil linear de distribuição de velocidades: $\tau = \mu \dfrac{V}{h}$

Linhas de corrente: $\dfrac{dx}{u} = \dfrac{dy}{v} = \dfrac{dz}{w}$

Campo de velocidade: $\vec{V}(x,y,z,t) = u(x,y,z,t)\,\hat{\imath} + v(x,y,z,t)\,\hat{\jmath} + w(x,y,z,t)\,\hat{k}$

Viscosidade cinemática: $\nu = \dfrac{\mu}{\rho}$

Reynolds: $Re = \dfrac{\rho V L}{\mu} = \dfrac{VL}{\nu}$

Vazão volumétrica: $Q = \int_A V_{nr} dA$

Vazão mássica: $\dot{m} = \int_A \rho V_{nr} dA$

Equações integrais para N_a aberturas uniformes (+ saídas - entradas):

Continuidade: $\dfrac{d}{dt}\left(\int_{VC} \rho \, d\forall \right) + \sum_{i=1}^{N_a} \pm \dot{m}_i = 0$

Momentum: $\sum \vec{F} = \dfrac{d}{dt}\left(\int_{VC} \vec{V} \rho \, d\forall \right) + \sum_{i=1}^{N_a} \left(\pm \dot{m} \vec{V} \right)_i$

Quantidade de movimento angular: $\sum \vec{M} = \dfrac{d}{dt}\left(\int_{VC} \vec{r} \times \vec{V} \rho \, d\forall \right) + \sum_{i=1}^{N_a} \left(\pm \vec{r} \times \vec{V} \, \dot{m} \right)_i$

Vazão: $\dot{m} = \rho \overbrace{V_{nr} A}^{Q} = \rho Q$

$\dot{W}_{bomba} = \rho \, Q \, g \, h_{bomba} / \eta$

$\dot{W}_{turbina} = \eta \, \rho \, Q \, g \, h_{turbina}$

Energia: $\dot{Q} - \dot{W}_{visc} - \dot{W}_{máq} - \dot{W}_{outros} = \dfrac{d}{dt} \int_{VC} e \, \rho \, d\forall + \sum_{i=1}^{N_a} \pm \left(\hat{u}_i + \dfrac{p_i}{\rho_i} + \dfrac{V_i^2}{2} + g z_i \right) \dot{m}_i$

$H_i = \dfrac{p_i}{\gamma} + \alpha_i \dfrac{V_i^2}{2g} + z_i$

...permanente: $H_1 = H_2 + h_{turbina} - h_{bomba} + h_{perda}$

Bernoulli: $H_1 = H_2 = \cdots = H_n = constante$

Equações diferenciais:

$\vec{a} = \dfrac{D\vec{V}}{Dt} = \dfrac{\partial \vec{V}}{\partial t} + u \dfrac{\partial \vec{V}}{\partial x} + v \dfrac{\partial \vec{V}}{\partial y} + w \dfrac{\partial \vec{V}}{\partial z}$

Continuidade: $\dfrac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \left(\rho \vec{V} \right) = 0$

Rotação: $\vec{\omega} = \dfrac{1}{2} \nabla \times \vec{V}$

Taxa de dilatação volumétrica: $\dfrac{1}{\delta \forall} \left[\dfrac{d(\delta \forall)}{dt} \right] = \nabla \cdot \vec{V}$

Euler: $\rho \vec{g} - \nabla p = \rho \dfrac{d\vec{V}}{dt}$ ou

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

Navier-Stokes: $\rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{V} = \rho \dfrac{d\vec{V}}{dt}$ ou

$$\rho g_x - \frac{\partial p}{\partial x} + \mu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_y - \frac{\partial p}{\partial y} + \mu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right)$$

$$\rho g_z - \frac{\partial p}{\partial z} + \mu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right) = \rho \left(\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right)$$

CONVERSÃO DE UNIDADES

1" (polegada) = 25,4 mm	1 atm ≅ 101,3 kPa	1 L = 0,001 m³	1 b (barril) ≅ 159 L	1 St (Stoke) = 10^{-4} m²/s
1 ft (pé) = 0,3048 m = 12"	1 psi ≅ 6,89 kPa	1 gal (galão) ≅ 3,79 L	1 ft³ (pé cúbico) ≅ 28,3 L	1 cSt = 10^{-6} m²/s
1 mi (milha) ≅ 1,61 km	1 bar = 100 kPa	1 oz (onça fluida) ≅ 0,0284 L	1 P (Poise) = 0,1 Pa.s	1 Pa.s = 1 kg/m.s
1 yd (jarda) ≅ 0,914 m	1 kgf/cm² ≅ 98,1 kPa	1 cv ≅ 735,5 W	1 cP = 0,001 Pa.s	API = 141,5/d - 131,5

Fluido (20°C e 1atm)	μ (Pa.s)	ρ (kg/m³)	Fluido (20°C e 1atm)	μ (Pa.s)	ρ (kg/m³)	Fluido (20°C e 1atm)	μ (Pa.s)	ρ (kg/m³)
Hidrogênio	$9{,}05 \times 10^{-6}$	0,0839	Álcool etílico	$1{,}20 \times 10^{-3}$	789	Água do mar	$1{,}07 \times 10^{-3}$	1.025
Ar	$1{,}80 \times 10^{-5}$	1,20	Mercúrio	$1{,}56 \times 10^{-3}$	13.550	Glicerina	1,49	1260
Gasolina	$2{,}92 \times 10^{-4}$	680	Óleo SAE 10W	1.04×10^{-1}	870	Gás carbônico	$1{,}48 \times 10^{-5}$	1,82
Água	$1{,}00 \times 10^{-3}$	998	Óleo SAE 30W	2.90×10^{-1}	891	Azeite de oliva	$84{,}0 \times 10^{-3}$	890

Hidrostática:

$p_2 = p_1 - \int_{z_1}^{z_2} \gamma \, dz$	Incompressível: $p_2 = p_1 - \gamma \Delta z$	Múltiplos (n) fluidos: $p_2 = p_1 + \sum_{i=1}^{n} \pm \gamma_i h_i$	Empuxo: $E = \gamma_f \forall_{sub}$

Forças sobre superfícies planas submersas: $F = p_{CG} A$	$y_{CP} = -\gamma \, sen\theta \, I_{xx}/F$ $x_{CP} = -\gamma \, sen\theta \, I_{xy}/F$	Superfície simétricas: $I_{xy} = 0$	Retângulo: $I_{xx} = bL^3/12$ Triângulo isósceles: $I_{xx} = bL^3/36$ Círculo: $I_{xx} = \pi R^4/4$

Tubulação com curva: $F_{eff} = p_i A_i - p_e A_e$ $F_{press} = \sqrt{2(1 - cos\theta)} \, F_{eff}$	Altura metacêntrica: $\overline{GM} = \frac{I_0}{\forall_{sub}} - \overline{GC}$

Transferência de calor e massa:

1ª Lei da Termodinâmica: $\dot{Q} = mc\frac{dT}{dt}$	Condução: $\vec{q} = -k\nabla T$ $\nabla \cdot k\nabla T + \dot{q} = \rho c \frac{\partial T}{\partial t}$ $\alpha = k/\rho c_p$	Coord. cartesianas: $\nabla^2 T = \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ Coord. cilíndricas: $\nabla^2 T = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}$ Coord. esféricas: $\nabla^2 T = \frac{1}{r}\frac{\partial^2 (rT)}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 sen\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(sen\theta\frac{\partial T}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 sen^2\theta}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2}$

Convecção: $q = \bar{h}(T_c - T_\infty)$	Convecção com capacidade concentrada: $\frac{T - T_\infty}{T_i - T_\infty} = e^{-t/T_k}$, $T_k = \frac{mc}{\bar{h}A}$ $Bi = \bar{h}L_c/k_c$, $L_c = \forall/A_s$	Radiação: $q = \varepsilon\sigma T^4$ $\sigma = 5{,}67x10^{-8} \frac{W}{m^2K^4}$	Transf. de massa $\vec{j} = -D\nabla c$

Resistência equivalente:	$\Delta T = -qR_{eq}$	$R_{cond} = \frac{L}{k}$	$R_{conv} = \frac{1}{\bar{h}}$	Em série: $R_{eq} = \sum R_i$	Em paralelo $R_{eq} = \frac{\sum e_i}{\sum (e_i/R_i)}$

Adimensionais

$Re = \frac{\rho V L}{\mu}$	$Eu = \frac{\Delta p}{\rho V^2}$	$C_{D/L} = \frac{F_{D/L}}{{}^1/_2 \rho V^2 A}$	$Bi = \frac{\bar{h}L_c}{k_c}$	$Nu_L = \frac{\bar{h}L}{k_f}$	$Ra = Gr \, Pr$
$We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma}$	$Ma = \frac{V}{c}$	$Fr = \frac{V}{\sqrt{g H}}$	$Gr = \frac{g\beta}{\nu^2}(T_s - T_\infty)L^3$	$Pr = \frac{\mu \, c_P}{k}$	$St = \frac{Nu}{Re.Pr}$

Escoamento em tubulações:

Darcy-Weisbach $h_p = L\frac{f}{D}\frac{V^2}{2g}$	$u^* = \sqrt{{}^{\tau_p}/_{\rho}} = \sqrt{{}^{f}/_{8}} \, V$	Colebrook-White: $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2{,}0 \log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}71} + \frac{2{,}51}{Re\sqrt{f}}\right)$	Swamee-Jain: $f \cong \frac{0{,}25}{\left[\log\left(\frac{\varepsilon/D}{3{,}7} + \frac{5{,}74}{Re^{0{,}9}}\right)\right]^2}$
Hazem-Williams $h_p = 10{,}65\frac{L \, Q^{1{,}85}}{C^{1{,}85} D^{4{,}87}}$	$\varepsilon^+ = \frac{\varepsilon u^*}{\nu}$