

GABRIEL DE CARVALHO NASCIMENTO

**METODOLOGIAS PARA ANÁLISE DE VÃOS LIVRES EM DUTOS SUBMARINOS
CONSIDERANDO EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil. Área de Concentração: Tecnologia da Construção e Estruturas

Orientador: Prof. Dr.-Ing. Nelson Szilard Galgoul

Niterói, RJ
2017

GABRIEL DE CARVALHO NASCIMENTO

**METODOLOGIAS PARA ANÁLISE DE VÃOS LIVRES EM DUTOS SUBMARINOS
CONSIDERANDO EFEITOS DE SEGUNDA ORDEM**

Tese apresentada ao Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, como requisito parcial à obtenção do título de Doutor em Engenharia Civil. Área de Concentração: Tecnologia da Construção e Estruturas

Aprovada em 23 de janeiro de 2017.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Nelson Szilard Galgoul, Dr.-Ing. (orientador)
Universidade Federal Fluminense

Prof. André Maués Brabo Pereira, Dr.techn.
Universidade Federal Fluminense

Prof. Roger Matsumoto Moreira, Ph.D.
Universidade Federal Fluminense

Prof. Paulo Luiz da Fonseca, D.Sc.
Universidade Federal Fluminense

Profª. Luciene Pimentel da Silva, Ph.D.
Universidade Estadual do Rio de Janeiro

Profª. Maria Cascão Ferreira de Almeida, D.Sc.
Universidade Federal do Rio de Janeiro

Niterói, RJ
2017

*Scientists discover the world that exists;
engineers create the world that never was.*

Theodore von Kármán

Aos meus avós Juracy e Manoel, eternos exemplos
de amor mútuo, carinho e dedicação à família.

AGRADECIMENTOS

À minha noiva Ana Caroline, pelo companheirismo e apoio sempre presentes para superar os desafios enfrentados nos últimos anos, inclusive, no desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus pais Angela e Elson, que me deram as condições necessárias para aproveitar as oportunidades e conquistar diversas vitórias na minha vida profissional, além de servirem como inspiração e exemplo que procuro seguir.

Ao meu orientador, professor Nelson Szilard, com quem tenho a honra de trabalhar, por estar sempre disposto a compartilhar sua gigante experiência, atendendo com paciência às diversas dúvidas e questionamentos, além de ser um exemplo de ética e profissionalismo.

Aos professores André Maués, Roger Moreira, Paulo Fonseca, Luciene da Silva e Maria Cascão, pela gentileza de aceitarem, prontamente, o pedido de participação na banca examinadora e pelos sábios comentários que permitiram um substancial enriquecimento do trabalho final.

Aos técnicos administrativos do Programa de Pós-graduação em Engenharia Civil da Universidade Federal Fluminense, pela prestatividade e suporte em todas as etapas do curso.

RESUMO

Vãos livres são frequentes em dutos submarinos, ocasionados pela irregularidade do leito do mar ou por pontos em que atravessam outros dutos. A avaliação estrutural, mesmo que estática, exige a utilização de ferramentas computacionais baseadas em método dos elementos finitos, pois não há uma formulação direta e precisa para determinação da força axial que considere o efeito de segunda ordem, caracterizado pelo alongamento pós-flambagem. Uma alternativa, comumente, utilizada como simplificação, é o cálculo por consideração de duto totalmente fixo, o que leva a resultados conservadores. Portanto, a dificuldade em obter o valor da força axial eleva os custos com análise em fase de projeto ou com medidas mitigadoras em caso de vãos rejeitados pelos critérios de admissibilidade. Outra dificuldade em análises de vãos livres diz respeito à previsão da resposta dinâmica em vibrações induzidas por vórtices (VIV) provocadas pela corrente marinha. Devido à complexidade do fenômeno, as metodologias utilizadas atualmente têm pouca precisão, levando a resultados, normalmente, superestimados. Para viabilizar uma solução da força axial estática sem a necessidade de *softwares*, foi desenvolvido, no presente trabalho, um método baseado na aproximação da flecha por uma função polinomial de 4º grau, integrada ao longo do tubo para distribuição dos resíduos. Com este procedimento, foi possível obter uma formulação prática para o cálculo da força axial, cujo valor é necessário para obter outras grandezas relevantes, como momento máximo e frequência natural. Os resultados obtidos pelo método proposto foram comparados com a solução numérica através do emprego do *software* ANSYS Mechanical, em dois casos distintos de tubulações, alcançando-se divergências inferiores a 6%. Quanto à previsão da amplitude de vibração por VIV, foi desenvolvido um conceito de modelo bidimensional equivalente ao problema real tridimensional, visando reduzir o custo computacional e viabilizar a aplicação de Fluidodinâmica Computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*) com este propósito em projetos. Os resultados desta segunda metodologia proposta, implementada através do *software* ANSYS CFX, foram comparados com dados de dois experimentos em condições distintas, com o modelo de resposta empírico proposto pela DNV-RP-F105 e com um método semi-empírico disponibilizado pelo *software* OrcaFlex. Exceto pela divergência obtida para velocidades pequenas, o método proposto forneceu bons resultados comparados com os experimentais, configurando-se como a melhor opção entre os demais métodos comparados.

Palavras-chave: dutos submarinos, vãos livres, força efetiva, vibração induzida por vórtices

ABSTRACT

Free spans occur frequently along submarine pipelines, caused by seabed unevenness or other pipe crossings. The structural assessment, even static only, requires computational tools based on finite element methods, because there is no direct and precise formulation to determine the axial tension, which includes the second order effect related to post-buckling stretching. A frequently used simplified alternative, is to assume a totally restrained pipe, which leads to some conservatism. Therefore, the difficulty to determine the axial tension raises costs related to design analyses or mitigating span lengths, rejected due to the conservatism of the admissible criteria. Another difficulty regarding the assessment of free span is related to the prediction of the dynamic response of vortex induced vibrations (VIV) caused by marine current. Due to the phenomenon complexity, the methodologies currently used have poor accuracy and, normally, overestimate the results. In order to increase the accuracy of the static calculations a more reliable solution for the calculation of the axial force was developed within the present work, which is based on the approximation of the deflection by a fourth order polynomial, integrated along the pipe length in order to force a residual distribution. Following this procedure, it was possible to derive a practical formulation to calculate the axial tension, whose value is necessary to calculate other relevant quantities, such as the maximum moment and the natural frequency. The results obtained by the proposed method were compared to those of the numerical solution given by the software ANSYS Mechanical, for two different cases of pipelines, reaching deviations of less than 6%. Regarding the prediction of dynamic VIV responses, an equivalent two-dimensional model concept was also developed within this thesis in order to decrease the computational cost of the real three-dimensional problem, which can be used to make the CFD application a feasible tool for the pipeline design purpose. The results from this second proposed methodology, implemented in the software ANSYS CFX, were compared to the measurements of experimental data with different conditions and also to the DNV-RP-F105 empirical response model and to a semi-empirical method made available within the OrcaFlex software. Despite the divergence calculated at lower velocities, the proposed method presented good agreement with the experiment, figuring as the best of the three compared options.

Keywords: submarine pipelines, free spans, effective tension, vortex-induced vibrations

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	19
1.1 DUTOVIAS E A INDÚSTRIA DE ÓLEO E GÁS OFFSHORE	19
1.2 DESAFIOS PARA AVALIAÇÃO DE VÃOS LIVRES EM DUTOS SUBMARINOS	21
1.3 OBJETIVOS	22
1.3.1 Objetivo geral.....	22
1.3.2 Objetivos específicos.....	23
1.4 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA	23
1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO	24
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	25
2.1 CONCEITOS BÁSICOS	25
2.2 VÃOS LIVRES	28
2.3 VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES (VIV).....	29
2.3.1 Estudos experimentais.....	29
2.3.1.1 Cilindros rígidos com 1 DOF (CF).....	32
2.3.1.2 Cilindros rígidos com 2 DOFs (CF e IL).....	35
2.3.1.3 Cilindros flexíveis	36
2.3.2 Estudos numéricos com dinâmica dos fluidos computacional (CFD).....	38
3 METODOLOGIAS EXISTENTES	41
3.1 VIGA SUBMETIDA A CARREGAMENTO VERTICAL E AXIAL	41
3.1.1 Solução estática para força axial conhecida e constante.....	44
3.1.1.1 Duto bi-rotulado	45
3.1.1.2 Duto bi-engastado.....	47
3.1.1.3 Resumo de equações e exemplo	50
3.1.2 Efeito da pressão interna e externa como força axial – A força efetiva	52
3.1.3 Efeito do escoamento do fluido interno na análise estrutural estática	54
3.1.4 Influência da pressão interna e externa na força axial por efeito de Poisson	56
3.2 EQUAÇÕES DA DNV-RP-F105.....	59
3.2.1 Análise estrutural estática.....	59
3.2.2 Resposta dinâmica a VIV	61
3.3 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL (CFD).....	65
3.3.1 Equações teóricas.....	65
3.3.2 Modelos de turbulência	69
3.3.2.1 Equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (RANS)	70
3.3.2.2 Modelo de turbulência $k-\omega$	72
3.3.2.3 Condições de contorno e camada limite	74
3.3.3 Método dos Volumes Finitos (MVF).....	77
3.3.3.1 Funções de forma	79
3.3.3.2 Esquema advectivo	80
3.3.3.3 Acoplamento pressão-velocidade	81
3.3.3.4 Sistema de Equações Lineares.....	82
3.3.4 Interação Fluido-Estrutura	83
3.3.4.1 Sistema massa-mola-amortecedor	85
4 METODOLOGIAS PROPOSTAS	87
4.1 EQUAÇÃO PARA CÁLCULO DA FORÇA EFETIVA EM VÃOS LIVRES	87
4.1.1 Cálculo da deformação axial pós-flambagem	88

4.1.2 Equacionamento do problema.....	89
4.1.3 Solução com uma função de deslocamento vertical $v(x)$ aproximada	90
4.1.3.1 Duto bi-rotulado	93
4.1.3.2 Duto bi-engastado.....	93
4.1.3.3 Solução geral (bi-rotulado e bi-engastado).....	94
4.1.3.4 Sequência de projeto.....	96
4.2 MODELO 2D EQUIVALENTE PARA SIMULAÇÃO CFD DE VIV	97
4.2.1 A importância da tridimensionalidade para os vórtices	98
4.2.2 A busca pela equivalência de parâmetros	99
4.2.2.1 Condição de carga axial constante.....	102
4.2.2.2 Condição de extremidades com rótulas fixas	104
4.2.2.3 Resumo para obtenção dos parâmetros equivalentes	106
5 ESTUDO DE CASOS.....	108
5.1 AVALIAÇÃO DA EQUAÇÃO PROPOSTA PARA CÁLCULO DA FORÇA EFETIVA EM VÃOS LIVRES	108
5.1.1 Parâmetros adotados.....	108
5.1.2 Solução numérica (ANSYS Mechanical) utilizada para comparação	109
5.1.3 Análise preliminar dos resultados.....	110
5.1.4 Avaliação detalhada por parâmetro	113
5.1.4.1 Força axial efetiva	113
5.1.4.2 Força axial real	114
5.1.4.3 Flecha máxima.....	115
5.1.4.4 Momento.....	116
5.2 AVALIAÇÃO DO MODELO 2D EQUIVALENTE PARA SIMULAÇÃO DE VIV EM VÃOS LIVRES	118
5.2.1 Descrição e parâmetros dos experimentos referenciados	118
5.2.2 Cálculo dos parâmetros equivalentes	120
5.2.3 Simulação CFD com FSI.....	121
5.2.3.1 Esquemas e configurações numéricas	122
5.2.3.2 Discretização do domínio fluido.....	123
5.2.3.3 Condições de contorno e dimensões do domínio	126
5.2.3.4 Modelo do sistema massa-mola-amortecedor (domínio estrutural)	127
5.2.4 Resultados	129
5.2.4.1 Análise qualitativa	129
5.2.4.2 Análise quantitativa	133
6 CONCLUSÃO.....	137
6.1 CONCLUSÕES SOBRE A ANÁLISE ESTÁTICA.....	137
6.2 CONCLUSÕES SOBRE A PREVISÃO DE RESPOSTA DINÂMICA POR VIV	138
6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	140
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	141

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Modos de emissão de vórtice 2S (a), e P+S (b) e 2P (c).....	31
Figura 2: Resposta de amplitude relativa A^* máxima (a) e frequência relativa f^* (b) <i>versus</i> velocidade reduzida para $m^*=320$. Adaptado de Williamson e Govardhan (2004).....	33
Figura 3: Resposta de amplitude relativa máximas A^* (a) e frequência relativa f^* (b) <i>versus</i> velocidade reduzida para $m^*=2,4$. Adaptado de Khalak e Williamson (1997a).....	34
Figura 4: Transição entre branches (ramos) para valores de m^* elevados (a) e baixos (b). Adaptado de Williamson e Govardhan (2004) e Khalak e Williamson (1997a).....	34
Figura 5: Segmento de tubo infinitesimal e esforços atuantes	41
Figura 6: Representação das condições de contorno consideradas para um tubo	45
Figura 7: Exemplo de gráficos de flecha, momento e cortante para $T > 0$, $T < 0$ e $T = 0$ com duto bi-rotulado e bi-engastado	51
Figura 8: Forças decorrentes da pressão em um segmento curvo de tubo	52
Figura 9: Efeito do escoamento interno na análise estática estrutural.....	55
Figura 10: Tensões em coordenadas polares num segmento infinitesimal da parede do tubo	57
Figura 11: Modelo de resposta IL. Adaptado de DNV-RP-F105.....	62
Figura 12: Modelo de resposta CF. Adaptado de DNV-RP-F105.....	63
Figura 13: Volume fluido infinitesimal e tensões nas suas faces	66
Figura 14: Escoamento laminar <i>versus</i> turbulento no interior de uma tubulação	67
Figura 15: Advecção e difusão de uma grandeza em meio fluido.....	68
Figura 16: Flutuação turbulenta de uma grandeza ϕ (e.g. pressão e velocidade) ao longo do tempo	70
Figura 17: Espessura da camada limite	74
Figura 18: Distribuição de velocidades próximas à parede.....	75
Figura 19: Modelagem do contorno sem (a) e com (b) função de parede.....	76
Figura 20: Volume de controle e elementos	77
Figura 21: Elemento da malha, seus vértices (nós), setores e pontos de integração numérica	78
Figura 22: Ciclos iterativos de interação entre fluido e estrutura.....	84
Figura 23: Sistema massa-mola-amortecedor	85
Figura 24: Força axial em vão livre na posição indeformada e de equilíbrio	87
Figura 25: Análise de segmento infinitesimal para cálculo do comprimento	88
Figura 26: Ajuste da deformada, DMF e DEC com uma função de 4º grau, sua segunda e terceira derivada, respectivamente.....	91
Figura 27: Exemplo com deformadas de sequência de projeto para condição bi-engastado ...	96
Figura 28: Variação da esteira de vórtices ao longo do tubo (meio vão modelado)	99
Figura 29: Comparação esquemática entre deslocamento real 3D e equivalente 2D.....	99
Figura 30: Efeito do carregamento distribuído do sistema real 3D e equivalente 2D.....	101
Figura 31: Modelo 2D com sistema massa-mola-amortecedor IL e CF para o caso de equivalência com força axial constante	103
Figura 32: Exemplo de gráfico carga distribuída dividida pelo peso próprio <i>versus</i> flexa máxima dividida pelo diâmetro para o tubo da Tabela 2.	104
Figura 33: Modelo 2D com sistema massa-mola-amortecedor para o caso de equivalência com extremidades fixas	105
Figura 34: Curva da frequência natural <i>versus</i> amplitude máxima de oscilação dividida pelo diâmetro para o duto da Tabela 2.	106
Figura 35: Fluxograma com sequência para obtenção dos parâmetros equivalentes	107
Figura 36: Elemento PIPE289. Fonte: (“ANSYS Help v17”, 2016).....	109
Figura 37: Relação entre divergência de força efetiva relativa ($\Delta S_{\text{eff}}/S_{\text{eff}}$) e razão entre	

comprimento e flecha máxima (L/δ)	111
Figura 38: Relação entre divergência de força efetiva relativa ($\Delta S_{eff}/S_{eff}$) e razão entre flecha máxima e diâmetro (δ/D).....	112
Figura 39: Diferença relativa entre valores de força efetiva calculados pela metodologia proposta e solução numérica em ANSYS ($\Delta S_{eff}/S_{eff}$) para diferentes comprimentos de vão (L/D)	114
Figura 40: Diferença relativa entre valores de força axial real calculados pela metodologia proposta e solução numérica em ANSYS ($\Delta N_{tr}/N_{tr}$) para diferentes comprimentos de vão (L/D)	115
Figura 41: Diferença relativa entre valores de flecha máxima calculados pela fórmula da DNV-RP-F105 e solução numérica em ANSYS ($\Delta \delta/\delta$) para diferentes comprimentos de vão (L/D)	116
Figura 42: Diferença relativa entre valores de momento máximo calculados pela fórmula da DNV-RP-F105 e solução numérica em ANSYS ($\Delta M_{max}/M_{max}$).....	117
Figura 43: Diferença relativa entre valores de momento máximo calculados pela solução analítica para S_{eff} conhecido e solução numérica em ANSYS ($\Delta M_{max}/M_{max}$)	118
Figura 44: Curva carga distribuída <i>versus</i> deslocamento para mola do modelo 2D equivalente (DUTO D)	121
Figura 45: Malha estruturada e híbrida para escoamentos externos à cilindros.....	123
Figura 46: Malha adjacente ao tubo	124
Figura 47: Transição entre camada limite e região externa.....	125
Figura 48: Vista geral da malha com expansão da malha até os contornos	125
Figura 49: Condições de contorno e dimensões do domínio.....	127
Figura 50: Modelo estrutural com mola-amortecedores IL e CF e parede do tubo (DUTO C)	128
Figura 51: Modelo estrutural com mola, amortecedor e parede do tubo (DUTO D).....	128
Figura 53: Campos de vorticidade na esteira de vórtices (DUTO C) para tempos consecutivos espaçados de 0,07 segundo.....	129
Figura 54: Campos de vorticidade na esteira de vórtices (DUTO D) para tempos consecutivos espaçados de 0,1 segundo.....	130
Figura 55: Energia cinética turbulenta, k	130
Figura 56: Número de Courant, Cr	131
Figura 57: Velocidade resultante próxima aos dutos C e D em diferentes passos de tempo.	131
Figura 59: Deslocamento IL (em x) e CF (em z) divididos pelo diâmetro D do DUTO C.	132
Figura 60: Deslocamento IL (em x) e CF (em z) divididos pelo diâmetro D do DUTO D.	132
Figura 61: Resposta de amplitude CF (cross-flow) com média RMS dividida pelo diâmetro (A_{rms}/D) <i>versus</i> velocidade reduzida U_R calculada por diferentes métodos (DUTO C).	133
Figura 62: Resposta da frequência CF (cross-flow) dividida pela natural (f_{CF}/f_n) <i>versus</i> velocidade reduzida U_R calculada por diferentes métodos (DUTO C).	134
Figura 63: Resposta de amplitude CF (cross-flow) com média RMS dividida pelo diâmetro (A_{rms}/D) <i>versus</i> velocidade reduzida U_R calculada por diferentes métodos (DUTO D).....	135
Figura 64: Resposta da frequência CF (cross-flow) dividida pela natural (f_{CF}/f_n) <i>versus</i> velocidade reduzida U_R calculada por diferentes métodos (DUTO D)	136

LISTA DE QUADROS

Quadro 1: Regimes de escoamento ao redor de cilindros. Adaptado de Lienhard (1966).	30
Quadro 2: Equações para tubo (viga) com força axial constante e conhecida	50
Quadro 3: Parâmetros do modelo de resposta IL da DNV-RP-F105	62
Quadro 4: Parâmetros do modelo de resposta CF da DNV-RP-F105	64
Quadro 5: Tipos de elementos e suas funções de forma. Fonte: (“ANSYS Help v17”, 2016).	80

LISTA DE TABELAS

Tabela 1: Condições de contorno para solução da equação de Euler-Bernoulli	45
Tabela 2: Parâmetros de exemplo.....	51
Tabela 3: Coeficientes utilizados pela DNV-RP-F105.....	60
Tabela 4: Constantes empíricas do modelo $k-\omega$. Fonte: (WILCOX, 1993)	73
Tabela 5: Novos parâmetros referentes à metodologia desenvolvida para cálculo de S_{eff}	95
Tabela 6: Condições de pressão e temperatura utilizados no exemplo de sequência de projeto	97
Tabela 7: Propriedades dos dutos adotadas para avaliação da metodologia desenvolvida	108
Tabela 8: Carregamento aplicado	109
Tabela 9: Parâmetros dos experimentos adotados como referência	119
Tabela 10: Parâmetros do modelo bidimensional equivalente	120

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

APDL	<i>Ansys Parametric Design Language</i>
ASME	American Society of Mechanical Engineers
bbol	<i>billion barrels of oil equivalent</i>
BS	British Standards
CF	Oscilação do tubo da direção perpendicular à corrente (<i>Cross-Flow</i>)
CFD	<i>Computational Fluid Dynamics</i>
CSF	<i>concrete stiffness enhancement factor</i>
DEC	diagrama de esforço cortante
DMF	diagrama de momento fletor
DNS	<i>Direct Numerical Simulation</i>
DNV	Net Norske Veritas
DOF	<i>degree of freedom</i>
EDP	equação diferencial parcial
FEA	<i>Finite Element Analysis</i>
FSI	<i>Fluid-Structure Interaction</i>
IL	Oscilação do tubo da direção da corrente (<i>In-Line</i>)
ISO	International Organization for Standardization
LES	<i>Large Eddy Simulation</i>
MAFSL	<i>maximum allowable free span length</i>
MDF	Método das Diferenças Finitas
MEF	Método dos Elementos Finitos
MVF	Método dos Volumes Finitos
NEGP	North European Gas Pipeline
O&G	Óleo & Gás
RANS	<i>Reynolds Averaged Navier-Stokes</i>
RMS	<i>root mean square</i>
SFT	<i>Submerged Floating Tunnel</i>
SST	<i>Shear Stress Transport</i>
TLP	<i>Tension-leg platforms</i>

VC	Volume de Controle
VIV	Vibrações Induzidas por Vórtices
VSIV	Vibrações Auto Induzidas por Vórtices (<i>Vortex Self Induced Vibrations</i>)

LISTA DE SÍMBOLOS

θ	ângulo de inclinação
ν	coeficiente de Poisson ou viscosidade cinemática
ε	dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa
δ	flecha máxima (no meio do vão)
ϕ	grandezas físicas quaisquer, como do escoamento ou da função de Airy
ρ	massa específica
ζ	razão de amortecimento estrutural
ω	taxa específica de dissipação da energia cinética turbulenta
μ	viscosidade (dinâmica)
Γ_θ	coeficiente difusivo da equação de transporte
ε_a	deformação axial
α_e	coeficiente de dilatação térmica
κ_i, κ_e	raio de curvatura interno e externo
Δp_i	variação da pressão interna a partir da condição de operação
$\sigma_r, \sigma_z, \sigma_\theta$	tensões na direção radial, axial e circunferencial
ζ_T	razão de amortecimento total, incluindo do solo e hidrodinâmico
ΔT	variação de temperatura
τ_w	tensão de cisalhamento na parede (<i>wall</i>)
A_i, A_e	área interna e externa da seção do tubo
A_{max}	amplitude máxima de vibração
A_{rms}	raiz da média quadrática da amplitude de vibração
A_s	área da seção de aço do tubo
A^*	razão entre a amplitude de oscilação e o diâmetro D
c	coeficiente de amortecimento estrutural
C_1 a C_6	coeficientes definidos pela DNV-RP-F105
C_7 e C_8	coeficientes da solução desenvolvida para força axial efetiva estática
C_{eq}	fator de conversão da flecha máxima para flecha equivalente: $\delta_{eq} = C_{eq} \delta$
Cr	número de Courant

D	diâmetro externo do duto
e	distância do tubo ao fundo (<i>gap ratio</i>)
E	módulo de elasticidade
f_n	frequência natural
$f_{IL}; f_{CF}$	frequência de oscilação IL e CF
$f_{n,IL}; f_{n,CF}$	frequência natural IL (<i>in-line</i>) e CF (<i>cross-flow</i>)
f_s	frequência de Strouhal, correspondente ao desprendimento de vórtices
f^*	razão entre a frequência de oscilação e a frequência natural
F_i	força externa aplicada na direção i
g	aceleração da gravidade
H_{eff}	força axial efetiva residual de instalação
I	momento de inércia de área
k	parâmetro da solução da equação de viga $k = \sqrt{S_{eff}/EI}$
K	rigidez de mola
K_{eq}	rigidez de mola do sistema 2D equivalente ao vão livre
K_s	parâmetro de estabilidade do vão livre
l_m	comprimento de mistura
ℓ	comprimento turbulento característico
L	comprimento do vão
L_{eq}	comprimento equivalente do vão
m^*	massa relativa – massa estrutural dividida pela massa de fluido deslocado
m_{eq}	massa do sistema massa-mola bidimensional equivalente ao vão livre
m_L	massa estrutural do duto (incluindo conteúdo) por unidade de comprimento
\dot{m}	vazão mássica
M	momento fletor
N_{tr}	força axial real (<i>true</i>) na parede do tubo
N_i	função de forma
P_{cr}	carga crítica de flambagem
p_i, p_e	pressão interna e externa
q	carga distribuída aplicada na direção perpendicular ao duto
q_{pp}	carga distribuída referente ao peso-próprio

Q	esforço cortante
Re	número de Reynolds, definido por $Re = \rho UD/\mu$
R_i, R_e	raio interno e externo da seção do duto
S_0	força axial efetiva na posição indeformada
S_{eff}	força axial efetiva
St	número de Strouhal, definido por $St = f_s D/U$
S_ϕ	termo fonte da equação de transporte
t	variável tempo ou espessura do tubo
T	tração axial no tubo, equivalente à N_{tr}
u_i	componente da velocidade na direção i
\bar{u}_i	média temporal da velocidade na direção i
u'_i	flutuação da velocidade em relação à média temporal na direção i
u^*	velocidade de atrito
u^+	velocidade adimensional próxima a parede, definida por $u^+ = u / u^*$
U	velocidade média do escoamento na direção x
U_R	velocidade reduzida, definida por $U_R = U/(f_n D)$
$v(x)$	flecha na posição axial x
Ψ	volume
x, y, z	coordenadas espaciais
y^+	adimensional calculado a partir da distância y à parede por $y^+ = y u^* / \nu$

1 INTRODUÇÃO

1.1 DUTOVIAS E A INDÚSTRIA DE ÓLEO E GÁS OFFSHORE

Dutovias são conhecidas desde a antiguidade e, atualmente, são amplamente utilizadas para o transporte de água, petróleo, gás, combustíveis e minérios, entre outros. A aplicação submarina começou a ganhar força em meados do século XX e ainda encontra-se em processo de expansão e desenvolvimento. Até o final do último século, foram construídos quase 100.000 km de dutos submarinos com diâmetro entre intermediário e grande, numa média de 5.000 km por ano. Em todo o mundo, 10 % de todas as dutovias são instaladas *offshore*, ou seja, afastadas da costa (BRAESTRUP, 2006).

Dutos *offshore* são mais caros que os terrestres (*onshore*), devido às severas condições de operação e dificuldade de instalação. Porém, de acordo com Braestrup (2006), avanços tecnológicos reduziram a relação entre custo de dutos *offshore* e *onshore* de 10 para 3, ao longo das últimas décadas. Em compensação, dutos submarinos têm como uma das vantagens, em relação aos demais, a menor dificuldade para obtenção de aprovação e licenciamento ambiental por parte das autoridades, pois envolve um número menor de instituições.

De acordo com a Global Marine Trends 2030 (FANG. I. et al., 2013), o aumento previsto para o consumo de energia até 2030 é de 40 %. Apesar da pressão internacional pelo desenvolvimento de energias renováveis, elas não serão capazes de suprir integralmente essa grande demanda adicional. Portanto, tudo indica que a indústria de Óleo e Gás (O&G) continuará com crescimento significativo, pelo menos, pela próxima década. A produção mundial de gás natural, por exemplo, tinha, em 2015, 34 % proveniente de reservas *offshore* e a previsão para 2030 é de 42 %. Na mesma publicação citada anteriormente, é previsto que, em 2030, 60 % da demanda global de energia ainda será suprida por petróleo e gás natural.

A busca por mais reservas de hidrocarbonetos como fontes energéticas (petróleo e gás natural) para suprir o aumento da demanda nas últimas décadas tem levado a ambientes cada vez mais severos, caracterizados por solos irregulares e águas profundas. A produção de O&G em águas profundas requer longos dutos submarinos, com centenas de quilômetros, que, somados às condições de elevadas pressões e temperaturas, tornam seu projeto um desafio para os engenheiros.

No Brasil, a exploração de reservatório nas camadas de pré-sal é a aposta feita pela PETROBRAS para aumentar sua produção pelos próximos anos. A área Tupi da Bacia de Campos, por exemplo, tem estimativa de 5 a 8 bboe (*billion barrels of oil equivalent*), que é

uma medida com base na equivalência energética na queima de um barril de petróleo bruto. Muitas são as dificuldades envolvidas na produção do pré-sal, entre elas: água ultra-profundas, poços espalhados em grande área, pressões elevadas e distância de 300 km da costa. Portanto, a exploração do pré-sal tem demandado o desenvolvimento de novas tecnologias (BELTRÃO et al., 2009).

Com a implantação de diversos projetos recentes, profundidades de mais de 2.000 m já foram exploradas, tendo como exemplos os campos de petróleo na bacia de Cinturão Perdido, no Golfo do México, com 2.300 m e os campos de Lula-Mexilhão, na Bacia de Santos, com 2.145 m (KARAMPOUR; ALBERMANI; VEIDT, 2013). A nova fronteira de profundidade para projetos futuros é superior a 3.000 m, incentivada pela confiança maior no uso de ferramentas sofisticadas com maior precisão e rapidez para prever o comportamento da infraestrutura em condições de instalação e operação. Um exemplo que vem sendo aplicado por grandes companhias de O&G é a utilização de supercomputadores para a simulação em condições ambientais mais severas (BRUSCHI et al., 2015).

A instalação de dutos submarinos consiste, basicamente, em apoiá-los no fundo do mar ou enterrá-los em trincheiras. Por praticidade, o primeiro caso é preferido, porém irregularidades no solo ou erosões provocadas pela turbulência das correntes marinhas podem ocasionar trechos em vão livre, onde o duto perde contato com o solo. Caso um vão livre ultrapasse o limite pré-estabelecido pelas análises de projeto (MAFSL – *Maximum Allowable Free Span Length*), deve ser realizado um nivelamento do solo ou instalação de suportes intermediários (e.g. *grout bags*). Essas intervenções acarretam substancial elevação de preço e prazo de instalação. Conseqüentemente, é importante que as ferramentas de análise sejam o mais precisas e confiáveis possível, evitando custos desnecessários por conservadorismo em excesso.

Efeitos não previstos e, conseqüentemente, não considerados no projeto de dutos podem levar a acidentes graves, ocasionando vítimas, grandes prejuízos e impactos ambientais. Uma ruptura de um duto submarino na Bahia de Guanabara em 2000 levou ao vazamento de 1,3 milhões de litros de óleo. Foi constatado que a falha foi causada por flambagem lateral (COSTA et al., 2002). Outro exemplo, foi um grave acidente na Colômbia com uma linha de 36” que flambou verticalmente, num trecho de 500 m de uma colina, se despreendendo dos suportes, causando mortes e danos materiais (PALMER et al., 1999). Por conta de incidentes como esses, a flambagem de dutos submarinos passou de uma preocupação secundária para primária (GALGOUL; MASSA; CLARO, 2004a), exigindo que análises não contempladas, até então, se tornassem objeto de interesse de muitos pesquisadores. Embora o estudo da

flambagem não seja um dos objetivos do presente trabalho, esse exemplo tem função de demonstrar como a indústria de O&G está em constante desenvolvimento e requer ferramentas que incorporem o estado-da-arte em diversas disciplinas.

1.2 DESAFIOS PARA AVALIAÇÃO DE VÃOS LIVRES EM DUTOS SUBMARINOS

Vão livres são formados, basicamente, pela irregularidade do leito oceânico ou pontos de travessia sobre outros dutos já existentes. Essas irregularidades podem estar presentes desde o início da operação do duto, ou surgirem posteriormente, decorrentes da turbulência causada pelas correntes marinhas. Quanto ao tamanho, podem variar desde pequenos comprimentos, onde não é necessária atenção especial, até centenas de vezes o diâmetro, tornando-se pontos críticos do projeto.

No gasoduto Statpipe Ormen-Lange¹, por exemplo, foram constatados vãos de até 100 m (GERWICK JR, 2013). No campo de petróleo *offshore* de Chengdao², na China, 92 % das dutovias estavam suspensas devido à erosão causada pela corrente marinha após a instalação, com vãos livres entre 15,1 m e 60 m, altura média de 1,33 m e máxima de 2,5 m (LI et al., 2011). No duto submarino DF1-1³, mais de cem pontos de escavação foram encontrados com comprimentos entre 10 e 30 m, larguras entre 8 e 20 m e *gaps* de até 1,0 m (XU et al., 2010).

Os trechos em vão livre devem suportar carregamentos estáticos e dinâmicos. Os carregamentos estáticos são definidos pelo peso-próprio (aço e revestimentos), conteúdo (óleo, gás ou multifásico), empuxo, corrente, temperatura, pressão interna e externa. Os dinâmicos compreendem forças hidrodinâmicas de vibrações induzidas por vórtices (VIV) produzidas pela passagem da corrente ao redor do tubo, que podem atuar em combinação com a incidência de ondas.

O primeiro passo da avaliação consiste em calcular, para um determinado comprimento de vão, a deformada e os esforços correspondentes à condição de equilíbrio sob ação dos carregamentos estáticos. Este não é um cálculo trivial, pois apesar de serem conhecidas as condições de carregamento correspondentes à posição indeformada do tubo, o arqueamento leva ao aumento da força axial, que, por sua vez, está diretamente relacionada com o

¹ O gasoduto Statpipe Ormen-Lange localiza-se na parte sul do Mar da Noruega, tem um total de 837 km, trechos com diâmetro de até 44" e alcança profundidades máximas de 1.000 m.

² O campo petrolífero Chengdao é localizado na Bahia Bohai, China. Possui 80 dutos de óleo e 39 de água de injeção, com diâmetros externos entre 219 e 559 mm.

³ A dutovia DF1-1 tem 22" de diâmetro e mais de 100 km de comprimento. Foi instalada na costa oeste de Dongfang, na Ilha de Hainan, China.

deslocamento do tubo. As equações governantes não possuem solução analítica conhecida para esta situação estática e não há, até o momento, uma formulação direta disponível na literatura para o cálculo da força axial de equilíbrio. Esta dificuldade foi ressaltada por Bruschi e Vitali (1991) e trabalhos acadêmicos desde Hobbs (1981) até Vedeld, Sollund e Hellesland (2013) adotaram soluções por métodos numéricos. Assim sendo, a solução empregada pelos engenheiros, mesmo para análises preliminares, é a utilização de ferramentas baseadas em MEF, ou a adoção de simplificações, que, muitas vezes, levam a erros significativos.

Obtidos os esforços e as características correspondentes à condição de equilíbrio estático, são considerados os carregamentos dinâmicos. A força dinâmica que representa o maior desafio para a análise de vãos livres é aquela causada por VIV. Devido à natureza complexa desse fenômeno, mesmo após décadas de pesquisas, ainda não há uma metodologia precisa e robusta consolidada na indústria de O&G para previsão das oscilações geradas. Assim sendo, as soluções adotadas em projetos são baseadas em métodos semi-empíricos, desenvolvidos a partir de dados experimentais. Devido às limitações desses métodos para prever cenários diversos, contudo, seus resultados são muito conservadores. Em função disso, uma alternativa seria o uso de métodos numéricos, que, para o caso de fluidodinâmica, estão inseridos na área de estudo chamada de Fluidodinâmica Computacional (CFD - *Computational Fluid Dynamics*).

Na última década, a grande evolução da performance de computadores de fácil acesso possibilitou seu largo emprego como ferramenta para análise em engenharia. O CFD é uma ferramenta, relativamente, recente e a lista das aplicações para as quais já pode ser utilizado, na indústria, está em evolução. Pesquisas publicadas nos últimos anos vêm mostrando resultados promissores para muitos casos. No entanto, mesmo com aplicações dos modelos tridimensionais em CFD mais eficientes, as malhas demandam milhões de células e nós, tornando a sua aplicação inviável para casos práticos de VIV em projetos de dutos submarinos.

1.3 OBJETIVOS

1.3.1 Objetivo geral

O desafio deste trabalho é desenvolver novas metodologias para análise estática e dinâmica de vãos livres em dutos submarinos, considerando o efeito de segunda ordem referente ao aumento da força axial pelo alongamento que ocorre quando o duto se desloca transversalmente. O objetivo final visa a simplificação do processo de análise em fase de projeto

e a redução da imprecisão das metodologias mais utilizadas atualmente, que, normalmente, tende ao conservadorismo. Consequentemente, almeja-se obter uma redução de custos, tanto na elaboração do projeto, inerentes à quantidade de horas trabalhadas e recursos computacionais avançados necessários, quanto na instalação dos dutos, no que se refere à implementação de medidas mitigadoras de vãos livres.

1.3.2 Objetivos específicos

- Avaliar as metodologias existentes para a análise de vãos livres em dutos submarinos, observando suas limitações e imprecisões.
- Desenvolver uma formulação direta para o cálculo de vãos livres que possibilite a consideração de carregamentos estáticos ou *quasi*-estáticos, sem a necessidade do emprego de métodos numéricos, visando maior rapidez no cálculo e redução de recursos necessários.
- Desenvolver um modelo simplificado e confiável de simulação CFD que viabilize seu emprego para previsão da resposta de VIV em projetos de dutos submarinos.

1.4 JUSTIFICATIVA E RELEVÂNCIA

Conforme citado nas Seções 1.1 e 1.2, há uma falta de ferramentas práticas e precisas para prever o comportamento de tubulações em vãos livres. Atualmente, a alternativa mais utilizada por normas internacionais de O&G, como a DNV-RP-F105, baseia-se na adoção de metodologias muito conservadoras.

Quando o comprimento de um determinado vão livre é avaliado como inadmissível, é necessária a realização de intervenções, como nivelamento do solo ou instalação de apoios intermediários, elevando os custos e os prazos de execução. Em se tratando de águas profundas, o impacto é ainda maior. Por outro lado, a previsão incorreta do comportamento estrutural do duto em cenários novos e severos, como aqueles necessários para o atendimento da crescente demanda energética, pode levar a graves acidentes, causando prejuízos humanos, materiais e ambientais.

Portanto, o desenvolvimento de metodologias práticas e mais precisas, como as propostas no objetivo do presente estudo, são de suma importância para a constante evolução tecnológica dos projetos de dutos submarinos.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

A descrição do trabalho desenvolvido, no âmbito desta tese, é dividida em 6 capítulos, conforme a seguinte sequência:

- Capítulo 1: Introdução com apresentação geral do problema, objetivos do trabalho e justificativa.
- Capítulo 2: Apresentação de conceitos básicos inerentes ao tema estudado, seguidos de uma pesquisa bibliográfica sobre análise estrutural de vãos livres e vibrações induzidas por vórtices, dividida em trabalhos experimentais e numéricos. São destacadas as dificuldades envolvidas em análises de vãos livres e as limitações das metodologias existentes.
- Capítulo 3: Descrição detalhada das metodologias existentes, divididas em equações analíticas estruturais e método numérico para análise de fluidodinâmica.
- Capítulo 4: Apresentação das metodologias propostas no presente trabalho, com descrição do embasamento teórico e desenvolvimento matemático.
- Capítulo 5: Avaliação das metodologias propostas através de comparação com resultados numéricos e experimentais.
- Capítulo 6: Conclusões acerca da aplicabilidade e confiabilidade das metodologias propostas, além de observações relevantes levantadas ao longo do desenvolvimento.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 CONCEITOS BÁSICOS

Funcionalmente, dutos submarinos são classificados como (BRAESTRUP, 2006):

- *Flowlines* (linhas de produção): transportam hidrocarbonetos em forma de fluido, muitas vezes multifásicos (óleo, gás e água de formação), da cabeça do poço para unidades de separação ou processamento.
- *Service lines* (linhas de serviço): transportam conteúdo auxiliar, como inibidores de corrosão, gás *lift* ou água de injeção, na direção oposta da produção. Esses dois últimos têm a função de manter a pressão do poço elevada para compensar a diminuição da produção ao longo da vida útil do reservatório. Frequentemente, essas linhas são instaladas junto a umbilicais, responsáveis por prover energia e sinais de controle ou telemetria para equipamentos *subsea*, que operam permanentemente no fundo do mar.
- *Export lines* (linhas de exportação): Transportam o petróleo ou gás produzido para a costa, instalações de coleta ou armazenamento, para as quais se tornam linhas de importação. Normalmente, são as linhas de maior comprimento e diâmetro.

Os diâmetros de dutos submarinos variam, tipicamente, de 3” a 54”, com linhas ocasionais de até 72”, e a espessura de parede, entre 3/8” e 3” (GERWICK JR, 2013). Diâmetros pequenos são considerados aqueles menores que 4”, seguido dos intermediários até 16”, e grandes. As linhas de produção são, normalmente de diâmetros intermediários, enquanto para as de exportação são tipicamente utilizados diâmetros grandes.

Quanto a sua estrutura, os dutos podem ser classificados entre:

- rígidos: fabricados por tubos com paredes maciças, geralmente de aço carbono; ou
- flexíveis: com paredes constituídas de diversas camadas de polímeros e aço que deslizam entre si, garantindo flexibilidade à flexão e resistência à pressão interna ou externa.

Alguns dos maiores projetos de dutos submarinos são (BRAESTRUP, 2006):

- Greenstream: 516 km da Itália através do Mar do Mediterrâneo até a Líbia, concluído em 2004;
- Langeled: 1.166 km de duto da Noruega através do Mar do Norte até o Reino Unido, concluído em 2007; e

- North European Gas Pipeline (NEGP): cerca de 1.200 km da Rússia através do Mar Báltico até a Alemanha, concluído em 2012.

Os dutos submarinos são instalados vazios, submetidos a elevadas tensões hidrostáticas e tracionados axialmente. Nas condições de operação, o fluido interno pode alcançar pressões e temperaturas superiores a 10 MPa e 80°C, respectivamente. O meio externo, por outro lado, pode ter temperaturas muito baixas, em alguns casos próximas a 0°C. Devido ao ambiente agressivo, o aço deve ser protegido contra corrosão externa por revestimentos específicos, complementados por proteção catódica. Um revestimento de concreto também pode ser aplicado para aumentar a estabilidade, além de dar proteção contra corrosão.

Nos anos 80, pouca atenção era dada às condições de operação. Os engenheiros preocupavam-se, prioritariamente, com as tensões ocasionadas durante a instalação, além de modificações e reparos, conforme mencionado por Hobbs (1981). Em seu trabalho pioneiro, uma formulação foi desenvolvida para prever a flambagem vertical e lateral ocasionada pela ação combinada de pressão interna e temperatura. Esse estudo, assim como outros de mesma natureza, se baseou em trabalhos anteriores sobre flambagem de trilhos de ferrovias, como o realizado por Kerr (1978). A equação analítica obtida por Hobbs (1981) requer algoritmos iterativos para obtenção de uma solução precisa. Ele concluiu que a flambagem horizontal ocorre com forças axiais menores que a vertical e, portanto, é a crítica, exceto quando há restrição lateral como em trincheiras.

O dimensionamento da espessura do tubo é, normalmente, governado pelas condições de instalação, quando a pressão interna é zero e o tubo deve resistir ao colapso e aos esforços gerados durante o processo de instalação, provocando as tensões mais severas dentre todos os cenários possíveis. Esta condição pode levar a valores de razão entre diâmetro externo D e espessura de parede t próximos a 12. No entanto, a flambagem sob carregamento combinado se torna a principal consideração de projeto e pode ocorrer por efeito de pressão interna e temperatura durante ciclos de operação. Além disso, o duto deve resistir à fadiga causada pelas cargas dinâmicas ao longo da vida útil. As tolerâncias também são de grande importância, sendo mais críticas as de espessura de parede e ovalização da seção (GERWICK JR, 2013).

Atualmente, as normas mais utilizadas para projetos de dutos submarinos são:

- DNV OS-F101 e DNV RP-F105 (Det Norske Veritas)
- ASME B31-8 Chapter VIII (American Society of Mechanical Engineers)
- BS EN 14161:2011 (British Standards)
- ISO 13623:2009 (International Organization for Standardization)

A DNV é uma instituição norueguesa que, apesar de ser um órgão privado, é referência mundial em projetos de dutos submarinos e suas normas são adotadas pela PETROBRAS. Por isso, nesse trabalho, as normas da DNV serão adotadas como ponto de partida para as propostas formuladas.

Logo após a instalação do duto, suas paredes estarão à temperatura ambiente. No início da operação, onde o fluido interno (óleo, gás ou multifásico) escoa aquecido, é induzido um aumento de temperatura ΔT , que age diretamente na deformação axial

$$\varepsilon_a = \Delta T \cdot \alpha_e , \quad (1)$$

onde α_e é o coeficiente de dilatação térmica. As pressões internas e externas provocam tensão circunferencial na parede do tubo e, conseqüentemente, devido ao efeito de Poisson, causam também tensão axial.

Adicionalmente, como um efeito de segunda ordem, demonstrado por Palmer e Baldry (1974) e depois em mais detalhes por Sparks (1984), as pressões internas e externas criam forças laterais em segmentos curvos, cujo comportamento pode ser considerado como equivalente a uma viga carregada axialmente pela então chamada força axial efetiva

$$S_{eff} = N_{tr} - p_i A_i + p_e A_e , \quad (2)$$

onde N_{tr} é a força axial real na parede do tubo e p_i , p_e , A_i , A_e são as pressões e áreas internas e externas, respectivamente. Maiores discussões sobre essa abordagem podem ser encontradas na literatura (FYRILEIV; COLLBERG, 2005; GALGOUL; MASSA; CLARO, 2004a; VEDEL et al., 2014).

Durante a instalação, $p_i = 0$ (pressão interna igual à atmosférica) e a força axial é controlada pela embarcação. Conseqüentemente, quando o duto estiver totalmente apoiado no fundo do mar e restrito ao movimento axial por ação do atrito, a pressão externa já terá exercido o seu efeito e a força axial para condições de operação poderá ser calculada por (DNV-RP-F105):

$$S_{eff} = H_{eff} - \Delta p_i A_i (1 - 2\nu) - A_s E \Delta T \alpha_e , \quad (3)$$

onde H_{eff} é a força efetiva residual da instalação, Δp_i é o aumento de pressão correspondente ao início de operação (pressão interna inicial menos a final), ν é o coeficiente de Poisson, A_s é a área da seção de aço do tubo e E é o módulo de elasticidade. O efeito da pressão externa p_e já estará contabilizado no valor de H_{eff} . As deduções das Equações (2) e (3) são reproduzidas em detalhes na seção 3.1.

2.2 VÃOS LIVRES

Vãos livres de dutos submarinos são avaliados como vigas horizontais apoiadas pelas suas extremidades e com aplicação de cargas tais como temperatura, pressão interna e externa, peso próprio (do tubo, fluido interno, revestimento, etc.), corrente, cargas dinâmicas de onda e forças de VIV.

Para condições seguras de operação, os vãos livres devem obedecer aos limites admissíveis, estabelecidos por critérios de normas (e.g. DNV-RP-F105), tanto para projetos de novas linhas quanto manutenção de linhas existentes. Esses limites estão atrelados aos valores de tensão máxima admissível sob cargas estáticas ou *quasi*-estáticas e dinâmicas. Para o cálculo das tensões estáticas, é necessário que se conheça o valor de N_{tr} e do momento M . A norma DNV-RP-F105 apresenta uma formulação simples para o cálculo de M e também da flecha máxima δ em função de S_{eff} .

Quanto às tensões dinâmicas, um dos parâmetros fundamentais é a frequência natural da estrutura f_n . A partir da teoria de viga Euler-Bernoulli, Hobbs (1986) considerou condições de contorno simplificadas para obter coeficientes aplicáveis nas condições de vãos livres em dutos apoiados em solos elásticos. Fyrileiv e Mørk (2002) combinaram análises paramétricas feitas em MEF com as soluções de Hobbs para obter uma formulação semi-empírica simples que calcula o valor de f_n . Essa formulação é a recomendada, atualmente, pela norma DNV-RP-F105 e tem limitações de vão $L/D < 140$, flecha $\delta/D < 2,5$ e força efetiva $S_{eff}/P_{cr} > -0,5$, onde P_{cr} é a carga crítica de flambagem. Posteriormente, Vedeld, Sollund e Hellesland (2013) propuseram uma metodologia semi-analítica para calcular a f_n com maior precisão e limites de aplicação, mas que necessita de implementação em programa computacional.

É importante ressaltar que ambas as soluções supracitadas dependem, previamente, do valor de S_{eff} correspondente ao equilíbrio estático do tubo em vão livre. Vale lembrar que a Equação (3) é válida apenas para o duto totalmente restrito ao deslocamento, o que não é o caso de vãos livres.

A força axial efetiva em um vão é difícil de se estimar devido às incertezas quanto pressão e temperatura operacionais, tensão de fundo residual e relaxamento de força axial por arqueamento, deslizamento axial (“*feed-in*”), flambagem lateral, multi-vãos e irregularidade do fundo do mar. Todos esses efeitos devem ser considerados e tomados em conta se relevantes. O método mais confiável para estimar a força axial efetiva é o uso de análise não linear pelo MEF (DNV-RP-F105:2006, seção 6.4.3, tradução nossa).

Em outras palavras, mesmo para análises preliminares, não há, até o momento, uma metodologia simples para calcular o valor de S_{eff} . Portanto, as equações para o cálculo da flecha

máxima δ , momento fletor M e frequência natural f_n , apesar de práticas, tornam-se dispensáveis, uma vez que as ferramentas baseadas em MEF já fornecem todas essas grandezas. Desta forma, fica evidente que há uma lacuna na literatura atual a ser preenchida por uma metodologia prática para cálculo de S_{eff} em vãos livres.

2.3 VIBRAÇÕES INDUZIDAS POR VÓRTICES (VIV)

Os gregos antigos utilizavam o conceito de VIV para construção de harpas Aeolian, que transformavam a energia do vento em sons musicais (BEARMAN, 2009). O físico húngaro von Kármán formulou um das primeiras teorias para descrever a forma de esteira e teve seu nome dado à típica aparência do desenvolvimento dos vórtices atrás do obstáculo, chamada então de “*Kármán vortex street*” (Quadro 1 e Figura 1).

Outros segmentos da engenharia offshore, que incluem formas cilíndricas em suas estruturas, também vêm se interessando, nos últimos anos, por estudos aprofundados de VIV, entre eles a indústria de energia renovável como turbinas eólicas, devido aos novos projetos baseados em estruturas de *Tension-leg platform* (TLP) e *Spar buoy* (DAY et al., 2015). Alguns autores como Jakobsen (2010) também incluem VIV como um dos desafios para projetos de *Submerged Floating Tunnel* (SFT).

As vibrações por VIV podem causar danos severos por fadiga. Prever, portanto, as respostas de vibração com precisão tem sido objeto de estudo de muitos pesquisadores nas últimas décadas, conforme comentado em revisões como Williamson e Govardhan (2008) e Wu, Ge e Hong (2012). Nas próximas seções, serão apresentados os trabalhos mais relevantes sobre o assunto, divididos em pesquisas experimentais e modelos numéricos.

2.3.1 Estudos experimentais

O fenômeno de desprendimento de vórtices é sistematicamente estudado desde a metade do século passado. Um dos primeiros trabalhos sobre vórtices foi publicado por Roshko (1954). O número de Reynolds é um dos adimensionais considerados, não só em estudos de vórtices, mas de escoamentos turbulentos em geral e é calculado por

$$Re = \frac{\rho UD}{\mu} , \quad (4)$$

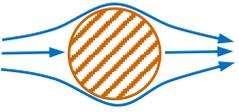
onde ρ é a massa específica do fluido, U é a velocidade média do escoamento, D é o diâmetro externo da tubulação e μ é a viscosidade do fluido.

No século IX, o físico tcheco Vincent Strouhal fez experimentos com arames, que eram submetidos a VIV por ação do vento, produzindo sons. Posteriormente, o seu nome foi dado ao adimensional

$$St = \frac{f_s \cdot D}{U}, \quad (5)$$

onde f_s é a frequência de Strouhal, correspondente à frequência de desprendimento dos vórtices. O valor de St é comumente assumido como 0,2, no que é então chamado de Lei de Strouhal.

Lienhard (1966) fez esboços dos regimes de escoamento ao redor de cilindros (Quadro 1) em função de Re , baseando-se na pesquisa de Marris (1964).

	Representação gráfica	Valor de Re		Descrição
		Mín.	Máx.	
1		-	5	Sem descolamento das linhas de corrente
2		5–15	40	Par permanente de recirculações
3		40	150	Esteira laminar e periódica
4		150	300	Transição para turbulência na esteira
		300	3×10^5	Esteira totalmente turbulenta
5		3×10^5	$3,5 \times 10^6$	Camada limite turbulenta com esteira estreita e sem vórtices aparentes
6		$3,5 \times 10^6$	-	Resurgimento da esteira turbulenta com vórtices observada do regime 4, porém com camada limite turbulenta e esteira mais estreita

Quadro 1: Regimes de escoamento ao redor de cilindros. Adaptado de Lienhard (1966).

Zdravkovich (1990) detalhou ainda mais essa classificação, descrevendo 15 subdivisões para regimes de escoamento em função de Re . Outros autores, como Choi (2001), simplificaram, considerando apenas os regimes:

- Subcrítico: $300 < Re < 3.10^5$.

- Crítico: $3.10^5 < Re < 3,5.10^6$.
- Supercrítico: $3,5.10^6 < Re$.

Outro adimensional que envolve a velocidade de escoamento é a velocidade reduzida, definida por

$$U_R = \frac{U}{f_n D}, \quad (6)$$

onde f_n é a frequência natural de oscilação da estrutura na direção CF (crossflow). Percebe-se que Re analisa o aspecto hidrodinâmico do fenômeno, comparando a velocidade com as propriedades de fluido, enquanto U_R é voltado para o comportamento estrutural, comparando a velocidade com a frequência natural da estrutura. Os primeiros experimentos em modelo reduzido sobre VIV não objetivavam, prioritariamente, representar vãos livres de dutos submarinos. Conseqüentemente, os valores de Re são muito diferentes, não respeitando a condição necessária para semelhança total entre resultados reduzidos e reais.

O desprendimento de vórtices ocorre para valores de Re a partir de 40. Em grande maioria, os experimentos disponíveis na literatura foram realizados para regimes sub-críticos, muitas vezes inferiores a 10.000. Em casos reais de dutos submarinos, os valores tendem a ser muito maiores, chegando a regimes críticos. Dahl et al (2010) compararam resultados dos regimes subcrítico e crítico e obtiveram resultados similares em muitos aspectos, porém, diferenças nas respostas de amplitude em cerca de 20 % foram observadas para mesmos valores de U_R . O impacto significativo de Re , mesmo para valores iguais de U_R , também foi evidenciado por Raghavan e Bernitsas (2011).

Williamson e Roshko (1988) observaram diferentes modos de desenvolvimento dos desprendimentos dos vórtices na esteira após o cilindro, que mais tarde foram analisados em outras pesquisas (Figura 1).

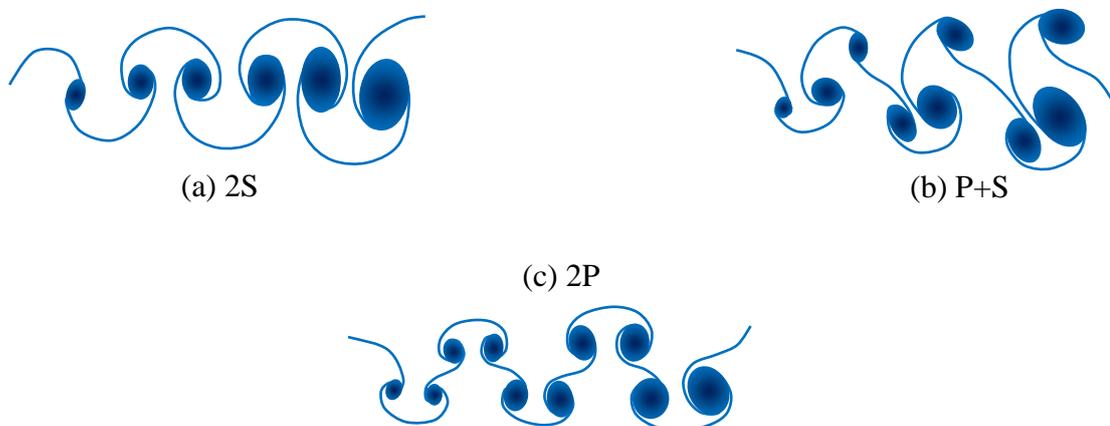


Figura 1: Modos de emissão de vórtice 2S (a), e P+S (b) e 2P (c)

A típica esteira de Kármán tem modo 2S (Figura 1a). Esse modo é o que ocorre em todos os casos de cilindro fixo, mas apenas em algumas faixas de amplitude e frequência para cilindros oscilantes. No modo P+S, a energia é transferida do cilindro para o fluido, portanto não pode ocorrer em caso de VIV em cilindros livres. Os modos de esteira podem alternar, intermitentemente, e para um cilindro livre isso pode resultar em mudança da amplitude repentina, sem a alteração da velocidade do escoamento.

Os experimentos citados a seguir, por possuírem uma grande quantidade de informações, serão subdivididos em experimentos de cilindro rígido com 1 grau de liberdade (DOF - *degree of freedom*), onde é utilizado um cilindro rígido que só pode se mover na direção perpendicular ao escoamento (CF - *cross-flow*); experimentos de cilindro rígido com 2 DOFs, onde também é permitido o movimento na direção do escoamento (IL - *in-line*); e experimentos com cilindros flexíveis.

2.3.1.1 Cilindros rígidos com 1 DOF (CF)

Bishop e Hassan (1964) fizeram um estudo pioneiro com vibração forçada onde observaram que o fluido se comporta como um oscilador não linear e que a frequência de desprendimento de vórtices pode ficar sincronizada (travada) com a frequência de oscilação da estrutura, num fenômeno denominado *lock-in*. Este fenômeno ocorre numa faixa em torno da frequência natural e representa uma violação da Lei de Strouhal (Figura 2b e Figura 3b). Ao entrar nessa faixa, há um salto no ângulo entre a fase do desprendimento de vórtices (fase da força hidrodinâmica) e a fase de oscilação, implicando na ressonância do conjunto.

Para frequências de oscilação (f_{CF}) maiores que a de desprendimento de vórtices (f_s), os vórtices são formados em um lado do cilindro e desprendidos no lado extremo oposto. Porém, a redução da frequência de oscilação causa uma mudança brusca de sincronização, onde a formação e desprendimento passam a ocorrer num mesmo lado de máxima amplitude (ONGOREN; ROCKWELL, 1988).

Outro adimensional com influência significativa na resposta de oscilação é a razão de massa m^* , correspondente à divisão entre a massa estrutural m_L (incluindo o conteúdo interno e revestimento) e a massa deslocada de fluido externo, ambos por unidade de comprimento de tubo, calculada por

$$m^* = \frac{m_L}{\frac{1}{4}\rho\pi D^2} \cdot \quad (7)$$

As primeiras pesquisas sobre VIV eram referentes a estruturas no ar, ou seja, com elevados valores de m^* . Para estruturas imersas na água, m^* é de duas a três ordens de grandeza menor que no ar. Além disso, valores menores de m^* correspondem a maiores amplitudes e respostas que ocorrem em faixas mais largas de velocidade reduzida U_R .

Feng (1968) fez experimentos para $m^*=320$ e concluiu que, para razões de massa elevadas, a ressonância ocorre numa faixa de U_R entre 5 e 8. O gráfico de resposta de amplitude relativa (dividida pelo diâmetro) A^* é apresentado na Figura 2.

Para valores elevados de m^* , há dois *branches* (ramos), chamados por Williamson e Govardhan (2004) de *initial*⁴ e *lower branch* (Figura 2a). A transição entre eles ocorre com histerese, ou seja, a resposta de amplitude numa determinada faixa de U_R depende do histórico de velocidades (Figura 4a). Nesse caso, o fenômeno de *lock-in* é evidenciado pelo trecho em que a frequência relativa $f^*=f/f_n$ é igual a unidade, significando que a frequência de oscilação é precisamente igual à natural (Figura 2b).

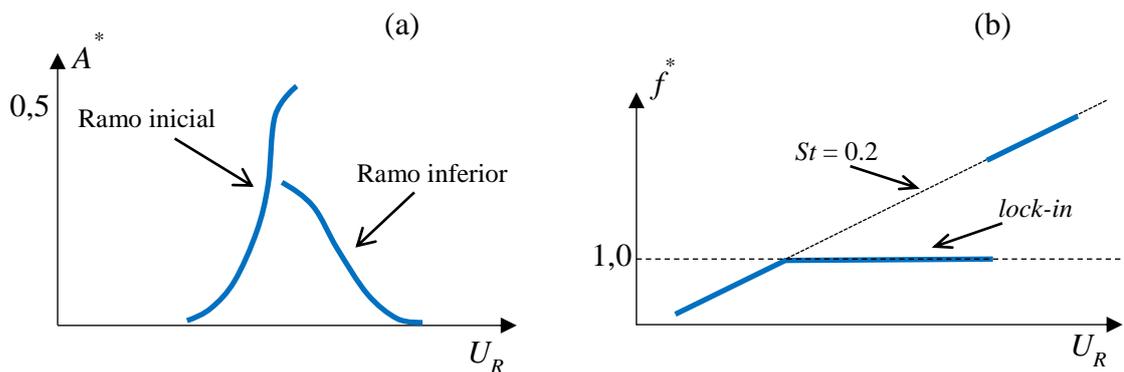


Figura 2: Resposta de amplitude relativa A^* máxima (a) e frequência relativa f^* (b) versus velocidade reduzida para $m^*=320$. Adaptado de Williamson e Govardhan (2004).

Para baixos valores de m^* , conforme mostrado por Khalak e Williamson (1996, 1997a) ocorrem três *branches* (ramos) diferentes: o *initial branch* (ramo inicial) é associado às velocidades menores, enquanto o *upper* (superior) e *lower* (inferior) correspondem às amplitudes maiores e menores (Figura 3a), respectivamente. O *initial branch* ocorre com modo 2S, enquanto o *upper* e *lower* ocorrem no modo 2P. Após uma determinada distância percorrida, os vórtices desprendidos em modo 2P se modificam para o modo 2S.

⁴ Anteriormente, Khalak e Williamson (1996) chamaram este ramo de *upper branch* (ramo superior)

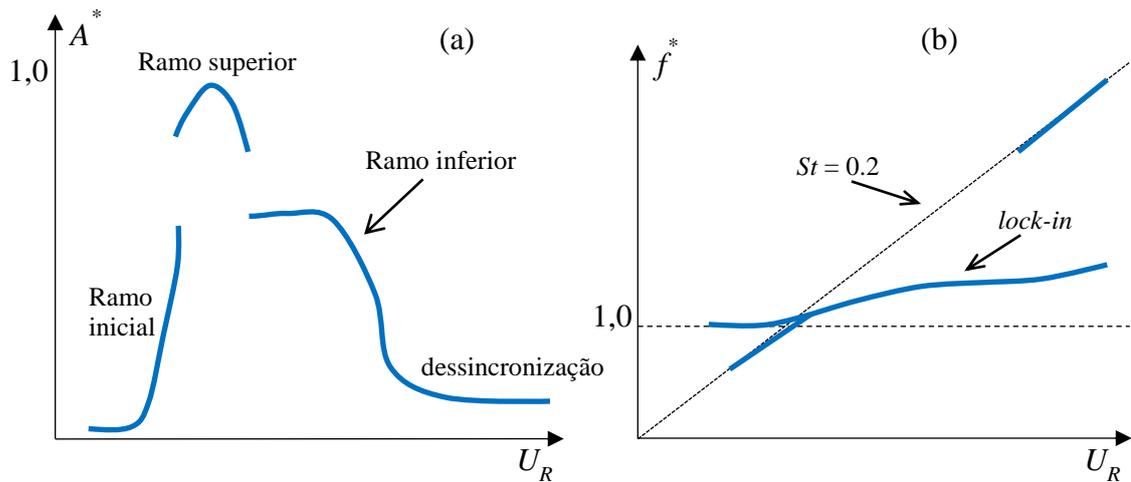


Figura 3: Resposta de amplitude relativa máximas A^* (a) e frequência relativa f^* (b) versus velocidade reduzida para $m^*=2,4$. Adaptado de Khalak e Williamson (1997a).

Assim como para valores elevados de m^* , a mudança de modo é descontínua e, ocorre com histerese entre *initial branch* e *upper branch* (Figura 4b). Quando a velocidade é crescente, a transição do *initial* para *upper branch* se dá numa velocidade superior do que aquela em que se tem a transição oposta. Já a mudança entre *upper* e *lower branch*, ocorre de maneira intermitente.

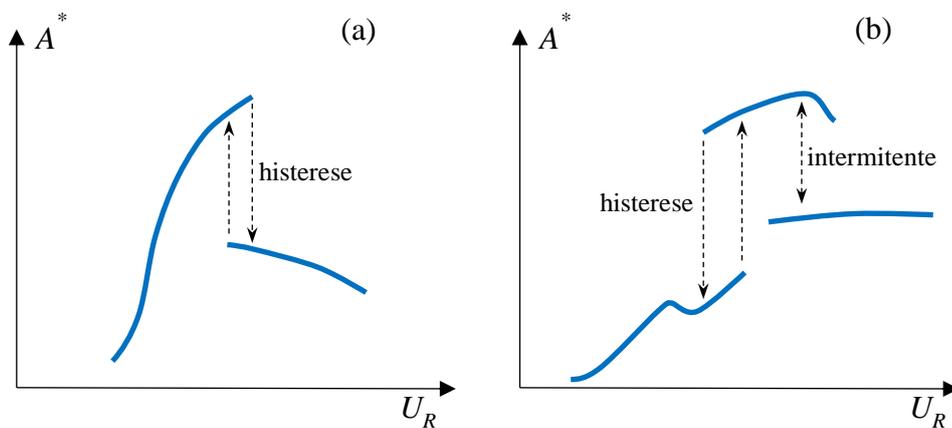


Figura 4: Transição entre branches (ramos) para valores de m^* elevados (a) e baixos (b). Adaptado de Williamson e Govardhan (2004) e Khalak e Williamson (1997a).

Quanto ao *lock-in*, a frequência relativa f^* tende a permanecer numa região intermediária (Figura 3b), entre a Lei de Strouhal ($St = 0,2$) e o *lock-in* perfeito ($f^*=1$), como ocorre para valores elevados de m^* (Figura 2b).

Quando $m^* \cong 1$, situação crítica, ocorrem respostas de oscilação até velocidades elevadas (WILLIAMSON; GOVARDHAN, 2004). No entanto, muitos autores ressaltam que a

resposta não é apenas função de m^* , mas também do produto de m^* com a razão de amortecimento estrutural ζ .

Vibrações também podem ocorrer na direção transversal ao movimento do próprio cilindro, chamadas então de vibração auto induzida por vórtice (VSIV - *Vortex Self Induced Vibration*), que dispensam a necessidade de corrente ou onda existirem. *Risers* que se movem verticalmente devido à oscilação da plataforma, por exemplo, estão sujeitos a VSIV. Fernandes, Mirzaeisefat e Cascão (2014) realizaram testes com um cilindro forçado a se mover em água parada, concluindo que as oscilações deste tipo são significativas, podendo impactar no dano causado por fadiga, e apresentam gráfico de resposta diferentes daqueles obtidos por VIV.

Morse e Williamson (2009) publicaram os resultados de um extensivo estudo experimental de VIV com vibração forçada, movendo-se apenas na direção transversal ao escoamento. Experimentos dessa natureza facilitam análise das condições sob as quais a energia é, efetivamente, transferida do fluido para o tubo. A partir desse estudo, foi possível prever a vibração de cilindros livres com base num modelo semi-empírico no domínio da frequência. No entanto, há debates sobre a equivalência do comportamento obtido por oscilação livre e forçada, que põem em dúvida a aplicação de modelos semi-empíricos como esse para casos gerais. Também é questionada a importância do histórico do escoamento e sua influência nos harmônicos, o que invalidaria análises no domínio da frequência. Os referidos experimentos de Morse e Williamson (2009) foram realizados para alguns valores específicos e constantes de Re . Os autores concluíram que há pouca sensibilidade dos modos de desprendimento de vórtices em relação ao número de Re . No entanto, não está claro se esses resultados são válidos para todos valores de Re possíveis. Além disso, em situações práticas, os dutos são livres para se mover na direção vertical e horizontal (IL e CF), diferentemente do referido experimento (BEARMAN, 2009).

2.3.1.2 Cilindros rígidos com 2 DOFs (CF e IL)

Até esse ponto, foram citados os trabalhos baseados nos primeiros experimentos realizados sobre VIV, que consideraram apenas 1 DOF, o movimento CF, através de aparatos que impediam o movimento IL. No entanto, posteriormente, constatou-se que a interação entre a vibração IL e CF faz com que os resultados de experimentos com 1 DOF sejam diferentes dos experimentos com 2 DOFs. Estudos mais recentes como Jauvtis e Williamson (2004), Dahl et

al (2006) e Kang e Jia (2013), ainda em número relativamente pequeno, contemplam experimentos com 2 DOFs.

Cada desprendimento de vórtice provoca uma flutuação na força de arrasto, que é a responsável pelo movimento IL. No entanto, para flutuações ocorrerem na força de sustentação, responsável pelo movimento CF, é necessário que haja desprendimento de vórtices em ambos os lados do tubo, alternadamente. Por isso, a reposta IL ocorre, aproximadamente, na metade da velocidade em que se tem movimentos CF mais significativos. Por outro lado, a amplitude de vibração IL é uma ordem de grandeza menor que a CF. Quanto à frequência de vibração IL (f_{IL}), esta tem valor duas vezes maior que a CF (f_{CF}), o que faz com que o movimento conjugado IL e CF forme a figura de “8”. Vandiver e Jong (1987) foram os primeiros a observar o esse formato no movimento combinado IL e CF.

Jauvtis e Williamson (2004) realizaram um experimento com frequências naturais idênticas na direção IL e CF e obtiveram como resposta um novo ramo, o então chamado *super-upper branch*, com amplitude de até 1,5D. O modo de esteira de vórtice correspondente compreendia um trio de vórtices em cada meio ciclo, denominado 2T.

2.3.1.3 Cilindros flexíveis

Em corpos flexíveis, há um comportamento dinâmico diferenciado, devido à própria elasticidade, modos de vibração mais elevados e a complexa distribuição de amortecimento e massa adicionada ao longo do corpo (HUERA-HUARTE; BANGASH; GONZÁLEZ, 2014).

Um número significativo de trabalhos foi publicado nas últimas duas décadas sobre VIV de cilindros esbeltos. No entanto, a quantidade de resultados experimentais disponíveis ainda é, relativamente, pequena.

Experimentos correspondentes a vãos livres são, normalmente, realizados como caso de duto dominado pelo comportamento de viga flexível bi-rotulada, com comprimentos relativos L/D entre 100 e 300 (ARONSEN, 2007).

A proximidade do contorno - para a aplicação em estudo significa a distância até o fundo - também tem influência na resposta. Tsahalis e Jones (1981) foram uns dos primeiros a estudar esse efeito para um cilindro flexível e concluíram que, quanto menor a folga do tubo para o plano fixo (e), menor a amplitude de oscilação e maior o valor de U_R para o qual as vibrações são perceptíveis. Mais tarde, Tsahalis (1984) avaliou o efeito da ação de onda e corrente. Valores de e/D maiores que 8 podem ser, de uma maneira geral, considerados como

casos em que a interferência do fundo é desprezível. Conclusões semelhantes sobre o efeito da distância ao fundo foram obtidas por Li et al (2011).

Risers são casos extremos em termo de comprimento de tubo, chegando a valores de L/D próximos de 5000 (BEARMAN, 2009) e, conseqüentemente, podem ter diversos modos de vibração, o que possibilita que em uma determinada velocidade haja resposta de VIV IL e CF, simultaneamente, mas com diferentes modos excitados. Além disso, em casos reais de dutos muito longos, ocorrem ondas não-estacionárias ao longo do eixo, ao contrário do que ocorre em dutos curtos e/ou condições de laboratório ideais. Huera-Huarte, Bangash e González (2014) realizaram experimentos num aparato que simulava um *riser*, com $m^*=1$, parcialmente submerso e testado para diferentes rigidezes de uma mola instalada na extremidade.

Soluções como controle ativo também foram sugeridas para mitigar as vibrações estruturais (CHENG; ZHOU; ZHANG, 2003).

Modos de predição da resposta de VIV em cilindros flexíveis longos mais comuns são: modelo semi-empírico e modelo numérico (CFD). Os modelos semi-empíricos são baseados em resultados de experimentos previamente realizados sob condições pré-estabelecidas e, portanto, são incapazes de prever o comportamento em novos cenários como configurações de solo específicas, proximidade com contornos (e.g. solo), escavações por erosão e parâmetros não usuais. CFD é um método promissor, mas são complexos e computacionalmente caros.

Um exemplo de modelo semi-empírico foi aplicado por Huera-Huarte, Bearman e Chaplin (2006), que utilizaram dados de resposta VIV, obtidos por terceiros, aplicados a um modelo MEF para um tubo com razão $L/D = 470$, $m^* = 3$ e Re variando entre 2.800 e 28.000. Os movimentos IL e CF eram calculados separadamente e a análise foi realizada no domínio do tempo.

As ferramentas mais utilizadas na indústria offshore para prever o comportamento VIV são os pacotes comerciais SHEAR7 e VIVANA, com método semi-empírico baseado em banco de dados para forças hidrodinâmicas. Devido à sua formulação restrita, são limitados às análises no domínio da frequência, impossibilitando sua aplicação para VIV causado por escoamentos transientes como ondas. Além disso, essas ferramentas consideram os movimentos com componentes IL e CF em separado, não levando em conta a interação entre eles (THORSEN; SÆVIK; LARSEN, 2014).

2.3.2 Estudos numéricos com dinâmica dos fluidos computacional (CFD)

Meneghini e Bearman (1995) fizeram um estudo numérico bidimensional de um cilindro forçado a oscilar verticalmente, baseado no método das diferenças finitas (MDF) para $Re = 200$. Os resultados apresentaram, visualmente, os mesmos modos de emissão de vórtices observados, experimentalmente, por Williamson e Govardhan (2004) (Figura 1).

Três anos depois, Park, Kwon e Choi (1998) realizaram cálculos pelo método dos volumes finitos (MVF), considerando o cilindro fixo num modelo bidimensional para valores pequenos de Re , inferiores a 160. Os autores obtiveram resultados com ótima correlação em relação aos dados experimentais de outros autores.

Valores de Re práticos são muito elevados, tornando a formação de vórtices e o seu desprendimento na esteira um fenômeno complexo, assim como em muitos outros casos de escoamentos turbulentos, inviabilizando a solução exata das equações governantes. Portanto, são necessárias simplificações temporais e espaciais. Os modelos de turbulência mais utilizados são aqueles baseados nas equações de Navier-Stokes com média de Reynolds, ou RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Entre eles, destacam-se os modelos de duas equações $k-\epsilon$ e $k-\omega$, além do SST, que é uma variação do anterior. Esses modelos são explicados em maiores detalhes na seção 3.3.2.

Rahman, Karim e Alim (2008) realizaram testes numéricos para Re igual a 1000 e 3900, comparando diferentes modelos de turbulência. Os autores observaram um aumento sensível de precisão do modelo SST em relação ao $k-\epsilon$. Acima do regime subcrítico, (ONG et al., 2009) fizeram testes para Re igual a 1.10^6 , 2.10^6 e $3,6.10^6$, adotando o modelo $k-\epsilon$. Em seus resultados, defenderam que, apesar de apresentar, usualmente, menor precisão, o modelo $k-\epsilon$ forneceu resultados satisfatórios para uso em projetos de engenharia.

Diferentemente dos demais citados, Stringer, Zang e Hillis (2014) utilizaram ferramentas, baseadas em CFD, de terceiros, em uma larga faixa de Re . Uma delas foi o software comercial ANSYS CFX-13.0 e a outra o código *open-source*⁵ OpenFOAM 1.7.1. Stringer, Zang e Hillis (2014) observou que, apesar de ambos se basearem no MVF (Método dos Volumes Finitos) e disponibilizarem o modelo SST (*Shear Stress Transport*), diferenças no acoplamento de equações e controle de avanço no tempo levaram à algumas divergências entre resultados. Segundo os autores, o ANSYS CFX apresentou melhores resultados para o

⁵ O software OpenFOAM é distribuído sob a licença GPLv3. Maiores detalhes são disponibilizados em: <www.gnu.org/licenses/quick-guide-gplv3.html>.

regime sub-crítico e crítico, enquanto o OpenFOAM foi mais eficiente entre os regimes de baixo Re e sub-crítico. Os autores também comentaram que, apesar de se tratar de um fenômeno tridimensional, a simplificação 2D pode apresentar resultados satisfatórios.

Até esse ponto, todos os trabalhos citados consideraram um cilindro fixo ou com movimento imposto. No fenômeno em estudo, no entanto, ambos os domínios sólido (tubulação) e fluido (água) são importantes, sendo a resposta de oscilação um resultado da interação entre eles. O fenômeno *lock-in*, discutido na seção 2.3.1, é uma clara evidência dessa afirmação. Portanto, para que um modelo numérico corresponda corretamente à realidade, este deve incorporar, em suas equações, o comportamento com interação fluido-estrutura (FSI – *Fluid-Structure Interaction*). FSI é uma área de pesquisa interdisciplinar e relativamente nova que lida com a hidrodinâmica (mecânica dos fluidos) e mecânica dos sólidos.

A ferramenta CFD com FSI vem sendo utilizada para outras aplicações na engenharia. Hallak et al (2013), por exemplo, desenvolveram um modelo numérico para analisar as vibrações de um vão da Ponte Rio-Niterói sob efeito de VIV causado pelo vento com velocidades de até 70 km/h.

Em modelos bidimensionais, o cilindro rígido em apoio elástico é representado, matematicamente, como um sistema massa-mola que obedece à equação

$$m_i \frac{\partial^2 x_i}{\partial t^2} + c_i \frac{\partial x_i}{\partial t} + K_i x_i = F_i , \quad (8)$$

onde m_i é a massa do corpo (cilindro), c_i é o coeficiente de amortecimento estrutural, K_i a rigidez da mola e F a força exercida pelo fluido. O índice i assume os valores 1 e 2, representando as direções x e y , respectivamente. Já em modelos tridimensionais, normalmente, o MEF é utilizado para representar o domínio sólido, implementado por elementos de viga, de casca ou sólidos.

Zhao e Cheng (2011) foram capazes de reproduzir, em análise de FSI 2D com base no modelo de turbulência SST, os resultados experimentais de Jauvtis e Williamson (2004) com boa precisão, inclusive o comportamento de histerese na transição entre ramos. Três anos mais tarde, Zhao et al (2014) compararam resultados numéricos de um cilindro rígido modelado em 2D e 3D. Embora houvesse divergências, elas podem ser consideradas pequenas, dependendo da aplicação.

Bourguet et al (2011) modelaram um cilindro flexível com $L/D = 200$ e Re entre 110 e 1100. Os autores utilizaram a simulação numérica direta (DNS – *Direct Numeric Simulation*), que resolve as equações de Navier-Stokes diretamente, sem a utilização de modelos de

aproximação da turbulência, o que demanda uma malha muito refinada. Foi necessário utilizar dois supercomputadores modelo Cray XT4 e Cray XT5, levando quase 11 horas de tempo computacional para cada ciclo de oscilação CF.

Xie et al (2012) realizaram simulações numéricas com $Re = 1000$ em um modelo tridimensional de um cilindro flexível com $L/D = 12$. O valor da amplitude calculada se aproximou do experimental, exceto no *lower branch*, onde houve divergência.

Até o momento, há poucos estudos numéricos tridimensionais de cilindros flexíveis na literatura e a maioria foi realizada para regimes de escoamento onde os efeitos da turbulência não são significativos, ou seja, baixos valores de Re (BAO et al., 2016).

Modelos FSI de cilindros flexíveis exigem, *a priori*, domínios tridimensionais, que acarretam malhas com um número muito grande de nós e elementos, tornando inviável a sua aplicação para engenharia com os recursos computacionais disponíveis atualmente. Por isso alguns pesquisadores têm se dedicado para elaborar simplificações.

Um modelo mais eficiente foi proposto baseado em camadas bidimensionais consideradas em posições axiais distribuídas ao longo do tubo, ao invés de um domínio contínuo, interligadas apenas pela interação com a estrutura do tubo (HUANG; CHEN; CHEN, 2011; WILLDEN; GRAHAM, 2001). Esse tipo de modelo, comumente chamado de quasi-tridimensional, apresenta uma grande redução do número de elementos necessários, tornando-se uma alternativa viável para tubos muito compridos, como *risers*. No entanto, para vãos livres de comprimentos usuais, ainda tem um custo relativamente elevado, quando comparado à simplicidade da geometria do problema.

Métodos numéricos para VIV têm vantagens mas continuam com incertezas, pois ainda há discrepâncias entre resultados obtidos numericamente ou empiricamente e dados experimentalmente disponíveis na literatura. Por outro lado, a versatilidade do CFD permite a sua aplicação para cenários diversos, como cilindros adjacentes com diâmetros diferentes, o que ocorre em linhas de retorno de pig, abordado por Zhao et al (2007). Portanto, as aplicações para as quais se deseja utilizar esta ferramenta devem ser analisadas separadamente, avaliando-se a acurácia dos resultados e a viabilidade do custo computacional.

3 METODOLOGIAS EXISTENTES

3.1 VIGA SUBMETIDA A CARREGAMENTO VERTICAL E AXIAL

Os dutos submarinos podem ser considerados, até certo limite, como vigas com seção transversal uniforme e indeformável, ou seja, com rigidez à flexão EI constante. O momento M , força axial T e cortante Q aplicados num segmento curvo de tubo de comprimento δL e ângulo $\delta\theta$ são representados na Figura 5.

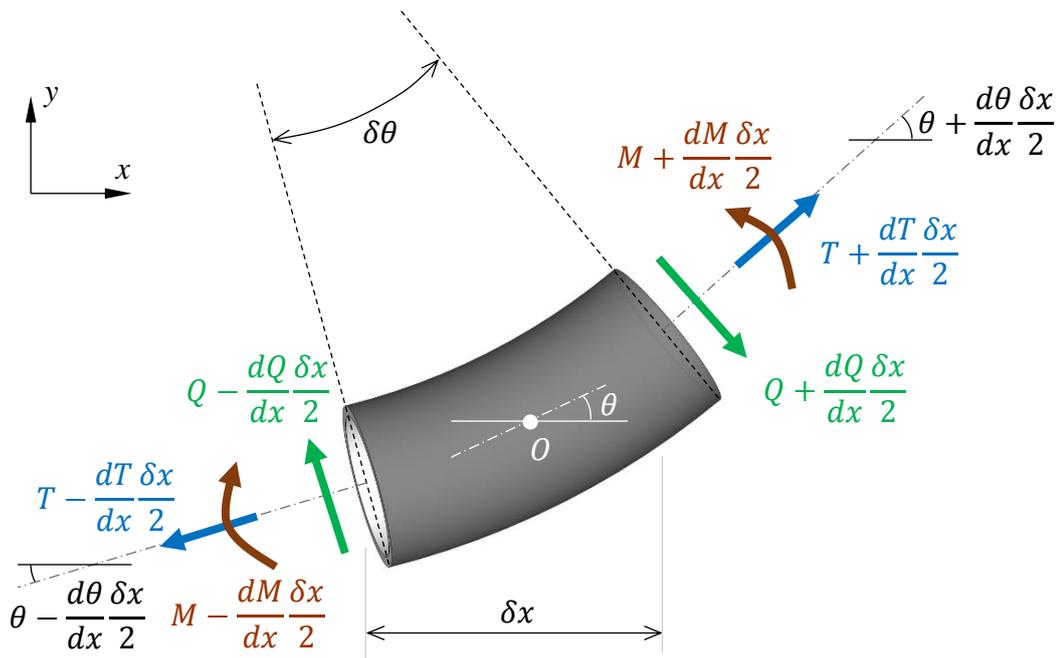


Figura 5: Segmento de tubo infinitesimal e esforços atuantes

A soma dos momentos atuantes em relação ao centro O do segmento será

$$\begin{aligned} \sum M_o &= \left(M + \frac{dM}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) - \left(M - \frac{dM}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) - \left(Q + \frac{dQ}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \frac{\delta L}{2} - \left(Q - \frac{dQ}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \frac{\delta L}{2} \\ &= \frac{dM}{dx} \delta x - Q \delta L \end{aligned} \quad (9)$$

O somatório dos momentos deverá ser igual a zero para que haja equilíbrio estático. Considerando que, em caso de tubulações, as velocidades angulares são muito pequenas, essa afirmação será verdadeira mesmo para regime transiente. Dessa forma, igualando o lado direito da Equação (9) a zero e observando que $\delta x = \delta L \cdot \cos \theta$, obtém-se

$$Q = \frac{dM}{dx} \cos \theta, \quad (10)$$

que para ângulos pequenos, pode ser aproximado por

$$Q \cong \frac{dM}{dx} . \quad (11)$$

O momento M , por sua vez, pode ser calculado com o módulo de elasticidade E e o momento de inércia de área I através de

$$M = EI \frac{d^2v}{dx^2} , \quad (12)$$

onde $v(x)$ é o deslocamento vertical do tubo na posição x .

O somatório das componentes em y das forças atuantes no segmento de tubo da Figura 5, incluindo a força q por unidade de comprimento de tubo, será

$$\begin{aligned} \sum \delta F_y = & \left(Q - \frac{dQ}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \cos \left(\theta - \frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) - \left(Q + \frac{dQ}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \cos \left(\theta + \frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) , \\ & + \left(T + \frac{dT}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \sin \left(\theta + \frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) - \left(T - \frac{dT}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \sin \left(\theta - \frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) - q \delta L \end{aligned} \quad (13)$$

que, incluindo as relações trigonométricas

$$\begin{cases} \sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta \\ \cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta \end{cases} , \quad (14)$$

pode ser reescrito como

$$\begin{aligned} \sum \delta F_y = & -\frac{dQ}{dx} \delta x \cos\theta \cos \left(\frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) + 2Q \sin\theta \sin \left(\frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \\ & + \frac{dT}{dx} \delta x \sin\theta \cos \left(\frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) + 2T \cos\theta \sin \left(\frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) - q \delta L \end{aligned} \quad (15)$$

Os cossenos de ângulos muito pequenos podem ser considerados como, aproximadamente, iguais à unidade, enquanto os senos, ao próprio ângulo, ou seja:

$$\begin{cases} \cos \left(\frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \cong 1 \\ \sin \left(\frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \cong \frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \end{cases} . \quad (16)$$

Substituindo as aproximações da Equação (16) e a relação $\delta x = \delta L \cdot \cos\theta$ na Equação (15), obtém-se

$$\begin{aligned} \sum \frac{dF_y}{dL} = & -\frac{dQ}{dx} \cos^2\theta + Q \frac{d\theta}{dx} \sin\theta \cos\theta \\ & + \frac{dT}{dx} \sin\theta \cos\theta + T \frac{d\theta}{dx} \cos^2\theta - q \end{aligned} , \quad (17)$$

Derivando-se os dois lados da conhecida relação

$$\tan\theta = \frac{dv}{dx} , \quad (18)$$

em relação a x obtém-se

$$\sec^2\theta \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} \rightarrow \frac{d\theta}{dx} = \frac{d^2v}{dx^2} \cos^2\theta . \quad (19)$$

Substituindo-se as Equações (10), (12) e (19) na Equação (17):

$$\begin{aligned} \Sigma \frac{dF_y}{dL} = & -\cos^3\theta \left(EI \frac{d^4v}{dx^4} - T \frac{d^2v}{dx^2} \cos\theta \right) \\ & + \sin\theta \left(EI \frac{d^3v}{dx^3} \cos^2\theta + Q \frac{d^2v}{dx^2} \cos^3\theta + \frac{dT}{dx} \cos\theta \right) - q \end{aligned} \quad (20)$$

Aplicando a 2ª Lei de Newton na Equação (20):

$$\begin{aligned} m_L \frac{d^2v}{dt^2} + \cos^3\theta \left(EI \frac{d^4v}{dx^4} - T \frac{d^2v}{dx^2} \cos\theta \right) \\ - \sin\theta \left(EI \frac{d^3v}{dx^3} \cos^2\theta + Q \frac{d^2v}{dx^2} \cos^3\theta + \frac{dT}{dx} \cos\theta \right) + q = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

Em casos práticos de vãos livres em dutos submarinos, o ângulo θ é muito pequeno e, conseqüentemente, $\cos\theta \cong 1$. Por outro lado, o valor de $\sin\theta$ será muito pequeno, tornando o termo multiplicado por ele na Equação (21) desprezível em relação aos demais. Então, aplicando-se essa simplificação, deduz-se a expressão

$$m_L \frac{d^2v}{dt^2} + EI \frac{d^4v}{dx^4} - T \frac{d^2v}{dx^2} + q = 0 , \quad (22)$$

também conhecida como equação de viga de Euler-Bernoulli. Vale ressaltar que esta equação é válida apenas para ângulos pequenos de deflexão, ou seja, para tubos (vigas) com flechas, relativamente, pequenas. Em caso estático, a Equação (22) se resume a:

$$EI \frac{d^4v}{dx^4} - T \frac{d^2v}{dx^2} + q = 0 , \quad (23)$$

Apesar da simplificação adotada até aqui, não há solução analítica dessa equação para casos de dutos em vãos livres, mesmo para o regime estático. Isso se deve ao fato de que, para um tubo fixo em suas extremidades, a deformada induz um aumento da tração, mesmo para pequenas deflexões. Portanto, T é função de v e, conseqüentemente, a Equação (22) é uma equação diferencial não linear de quarta ordem.

Nas seções a seguir, serão demonstradas as soluções da Equação (22) para casos em que o valor de T é constante e conhecido.

3.1.1 Solução estática para força axial conhecida e constante

A solução analítica da Equação (23) será deduzida a seguir, dividindo-se em três casos: $T > 0$ (flexão e tração), $T = 0$ (apenas flexão) e $T < 0$ (flexão e compressão).

Dividindo a Equação (23) por EI e substituindo $w(x) = v''(x)$, obtém-se

$$w'' - \frac{T}{EI} w + \frac{q}{EI} = 0, \quad (24)$$

que é uma equação diferencial de 2ª ordem não homogênea.

Em caso de $T > 0$, a solução homogênea da Equação (24) é $w_h(x) = c_1 \exp(kx) + c_2 \exp(-kx)$ e a equação particular, $w_p = q/T$. Portanto, a solução geral será

$$w(x) = c_1 e^{kx} + c_2 e^{-kx} + \frac{q}{T}, \quad (25)$$

onde $k = \sqrt{|T|/EI}$, ou seja

$$k^2 = \begin{cases} +T/EI & \text{se } T > 0 \\ -T/EI & \text{se } T < 0 \end{cases}. \quad (26)$$

No entanto, se $T < 0$, a solução homogênea é $w_h(x) = d_1 \cos(kx) + d_2 \sin(kx)$, que somada à particular resultará na solução geral

$$w(x) = d_1 \cos(kx) + d_2 \sin(kx) + \frac{q}{T}. \quad (27)$$

Para o caso particular $T = 0$, a solução da Equação (24) é dada pelo polinômio

$$w(x) = -\frac{q}{2EI} x^2 + e_1 x + e_2. \quad (28)$$

A função desejada $v(x)$, conforme a definição adotada para $w(x)$ na Equação (24), será obtida integrando-se duas vezes as Equações (25), (27) e (28), para $T > 0$, $T < 0$ e $T=0$, respectivamente.

$$v(x) = \begin{cases} \frac{1}{k^2} (c_1 e^{kx} + c_2 e^{-kx}) + \frac{q}{2T} x^2 + c_3 x + c_4 & ; p/T > 0 \\ -\frac{1}{k^2} [d_1 \cos(kx) + d_2 \sin(kx)] + \frac{q}{2T} x^2 + d_3 x + d_4 & ; p/T < 0 \\ -\frac{q}{24EI} x^4 + \frac{e_1}{6} x^3 + \frac{e_2}{2} x^2 + e_3 x + e_4 & ; p/T = 0 \end{cases} \quad (29)$$

Os valores das constantes c_i , d_i e e_i serão determinados a partir das condições de contorno. As condições de contorno são definidas pela flecha $v(x)$, ângulo $\theta(x)$, cortante $Q(x)$ e

momento $M(x)$ nas extremidades. A tangente do ângulo θ equivale à derivada da posição vertical. O cortante Q e momento M podem ser definidos em função da flecha conforme as Equações (11) e (12), portanto:

$$\begin{cases} \tan\theta = v' \\ M = EI v'' = EI w'' \\ Q = EI v''' = EI w''' \end{cases} \quad (30)$$

A seguir, serão analisadas duas condições de contorno básicas: bi-rotulado e bi-engastado em suas extremidades, conforme representado na Figura 6.



Figura 6: Representação das condições de contorno consideradas para um tubo

Para um tubo com carregamento vertical q , distribuído ao longo do seu comprimento L , e com simetria do problema em relação ao plano transversal que contém o ponto médio do tubo, as condições de contorno são apresentadas na Tabela 1 para dois casos analisados.

Tabela 1: Condições de contorno para solução da equação de Euler-Bernoulli

Grandeza	x	Bi-rotulado	Bi-engastado
$v(x)$	$x = 0$	0	0
	$x = L$	0	0
$\tan[\theta(x)] = v'(x)$	$x = 0$	$\tan \theta_0$	0
	$x = L$	$-\tan \theta_0$	0
$M(x) = EI.w''(x)$	$x = 0$	0	M_0
	$x = L$	0	M_0
$Q(x) = EI.w'''(x)$	$x = 0$	Q_0	$qL/2$
	$x = L$	$-Q_0$	$-qL/2$

3.1.1.1 Duto bi-rotulado

Aplicando as condições de contorno referentes ao momento M (Tabela 1) para duto bi-rotulado nas Equações (25), (27) e (28), obtém-se:

$$\begin{cases} c_1 = -\frac{q}{T} \frac{1}{(e^{kL} + 1)} = -\frac{q}{T} \frac{e^{-kL/2}}{(e^{kL/2} + e^{-kL/2})} \\ c_2 = -\frac{q}{T} \frac{e^{kL}}{(e^{kL} + 1)} = -\frac{q}{T} \frac{e^{kL/2}}{(e^{kL/2} + e^{-kL/2})} \end{cases} \quad \begin{cases} d_1 = -\frac{q}{T} \\ d_2 = -\frac{q}{T} \left[\frac{1 - \cos(kL)}{\sin(kL)} \right] \end{cases} \quad (31)$$

$$\begin{cases} e_1 = \frac{qL}{2EI} \\ e_2 = 0 \end{cases}$$

Incluindo a condição de deslocamento nulo das extremidades $v(0)=0$ e $v(L)=0$, conforme listada na Tabela 1, os demais coeficientes são determinados.

$$\begin{cases} c_3 = -\frac{qL}{2T} \\ c_4 = \frac{q}{Tk^2} \end{cases} \quad \begin{cases} d_3 = -\frac{qL}{2T} \\ d_4 = -\frac{q}{Tk^2} \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} e_3 = -\frac{qL^3}{24EI} \\ e_4 = 0 \end{cases}$$

Com todos os coeficientes definidos, conforme as Equações (31) e (32), a solução da equação de Euler-Bernoulli para tubo bi-rotulado pode ser reescrita a partir da Equação (29) por:

$$v(x) = \begin{cases} \left\{ \frac{q}{T} \left[\frac{1}{k^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\cosh(kL/2)} \right\} + \frac{x}{2}(x-L) \right] \right\} & ; p/T > 0 \\ \left\{ \frac{q}{T} \left[\frac{1}{k^2} \left\{ \frac{\cos[k(x-L/2)]}{\cos(kL/2)} - 1 \right\} + \frac{x}{2}(x-L) \right] \right\} & ; p/T < 0 \\ -\frac{qx}{24EI} (x^3 - 2Lx^2 + L^3) = -\frac{qx}{24EI} (x-L)(x^2 - Lx - L^2) & ; p/T = 0 \end{cases} \quad (33)$$

Sabe-se que o maior deslocamento vertical ocorre no meio do vão, portanto, a flecha máxima δ pode ser obtida igualando-se $\delta = v(x = L/2)$:

$$\delta = \begin{cases} \frac{q}{T} \left\{ \frac{1}{k^2} \left[1 - \frac{1}{\cosh(kL/2)} \right] - \frac{L^2}{8} \right\} & ; p/T > 0 \\ \frac{q}{T} \left\{ \frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{\cos(kL/2)} - 1 \right] - \frac{L^2}{8} \right\} & ; p/T < 0 \\ -\frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI} & ; p/T = 0 \end{cases} \quad (34)$$

O momento máximo também ocorre no meio do vão ($x = L/2$) e, conforme a Equação (30), pode ser obtido a partir da equação da flecha por $M(x) = EI v''(x)$, então:

$$M(x) = \begin{cases} EI \frac{q}{T} \left\{ 1 - \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\cosh(kL/2)} \right\} = \frac{q}{k^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\cosh(kL/2)} \right\} & ; p/T > 0 \\ EI \frac{q}{T} \left\{ 1 - \frac{\cos[k(x-L/2)]}{\cos(kL/2)} \right\} = \frac{q}{k^2} \left\{ \frac{\cos[k(x-L/2)]}{\cos(kL/2)} - 1 \right\} & ; p/T < 0 \\ -\frac{qx}{2}(x-L) & ; p/T = 0 \end{cases} \quad (35)$$

Derivando-se $M(x)$ em relação a x , de acordo com a Equação (11), obtém-se o cortante:

$$Q(x) = \begin{cases} -EI \frac{qk}{T} \left\{ \frac{\sinh[k(x-L/2)]}{\cosh(kL/2)} \right\} = -\frac{q}{k} \left\{ \frac{\sinh[k(x-L/2)]}{\cosh(kL/2)} \right\} & ; p/T > 0 \\ EI \frac{qk}{T} \left\{ \frac{\sin[k(x-L/2)]}{\cos(kL/2)} \right\} = -\frac{q}{k} \left\{ \frac{\sin[k(x-L/2)]}{\cos(kL/2)} \right\} & ; p/T < 0 \\ -q \left(x - \frac{L}{2} \right) & ; p/T = 0 \end{cases} \quad (36)$$

3.1.1.2 Duto bi-engastado

De maneira análoga ao procedimento adotado para o caso anterior, aplicando as condições de contorno referentes ao cortante Q (Tabela 1) para duto bi-engastado nas Equações (25), (27) e (28), obtém-se:

$$\begin{cases} c_1 = -\frac{qL}{2EI k} \frac{1}{(e^{kL}-1)} = -\frac{kqL}{2T} \frac{1}{(e^{kL}-1)} = -\frac{kqL}{2T} \frac{e^{-kL/2}}{(e^{kL/2}-e^{-kL/2})} \\ c_2 = -\frac{qL}{2EI k} \frac{e^{kL/2}}{(e^{kL/2}-e^{-kL/2})} = -\frac{kqL}{2T} \frac{e^{kL/2}}{(e^{kL/2}-e^{-kL/2})} \end{cases}$$

$$\begin{cases} d_1 = -\frac{qL}{2EI k} \frac{[\cos(kL)+1]}{\text{sen}(kL)} = -\frac{kqL}{2T} \frac{[\cos(kL)+1]}{\text{sen}(kL)} \\ d_2 = \frac{qL}{2EI k} = -\frac{kqL}{2T} \end{cases} \quad (37)$$

$$\begin{cases} e_1 = \frac{qL}{2EI} \end{cases}$$

Incluindo a condição de deslocamento e ângulo nulos nas extremidades, ou seja, $v(0)=0$, e $v(L)=0$, $\theta(0)=0$ e $\theta(L)=0$, conforme listada na Tabela 1, os demais coeficientes são determinados.

$$\begin{cases} c_3 = -\frac{qL}{2T} \\ c_4 = \frac{qL}{2Tk \tanh(kL/2)} \end{cases} \quad \begin{cases} d_3 = -\frac{qL}{2T} \\ d_4 = -\frac{qL}{2Tk \tan(kL/2)} \end{cases}$$

$$\begin{cases} e_2 = -\frac{qL^2}{12EI} \\ e_3 = 0 \\ e_4 = 0 \end{cases} \quad (38)$$

Com todos os coeficientes definidos, conforme as Equações (37) e (38), a solução da equação de Euler-Bernoulli para tubo bi-engastado pode ser reescrita a partir da Equação (29) por:

$$v(x) = \begin{cases} \frac{q}{2T} \left\{ \frac{L}{k} \left[\frac{1}{\tanh(kL/2)} - \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\sinh(kL/2)} \right] + x(x-L) \right\} & ; p/T > 0 \\ \frac{q}{2T} \left\{ \frac{L}{k} \left[\frac{\cos[k(x-L/2)]}{\sin(kL/2)} - \frac{1}{\tan(kL/2)} \right] + x(x-L) \right\} & ; p/T < 0 \\ -\frac{qx^2}{24EI} (x^2 - 2Lx + L^2) = \frac{qx^2}{24EI} (x-L)^2 & ; p/T = 0 \end{cases} \quad (39)$$

Novamente, a flecha máxima δ é calculada por $\delta = v(x = L/2)$:

$$\delta = \begin{cases} \frac{qL}{2T} \left\{ \frac{1}{k} \left[\frac{1}{\tanh(kL/2)} - \frac{1}{\sinh(kL/2)} \right] - \frac{L}{4} \right\} & ; p/T > 0 \\ \frac{qL}{2T} \left\{ \frac{1}{k} \left[\frac{1}{\sin(kL/2)} - \frac{1}{\tan(kL/2)} \right] - \frac{L}{4} \right\} & ; p/T < 0 \\ -\frac{qL^4}{384EI} & ; p/T = 0 \end{cases} \quad (40)$$

e o momento máximo, conforme a Equação (30), é calculado por $M = EI v''(x = 0)$, então

$$M(x) = \begin{cases} EI \frac{q}{2T} \left\{ 2 - kL \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\sinh(kL/2)} \right\} = \frac{q}{2k^2} \left\{ 2 - kL \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\sinh(kL/2)} \right\} & ; p/T > 0 \\ EI \frac{q}{2T} \left\{ 2 - kL \frac{\cos[k(x-L/2)]}{\sin(kL/2)} \right\} = \frac{q}{2k^2} \left\{ kL \frac{\cos[k(x-L/2)]}{\sin(kL/2)} - 2 \right\} & ; p/T < 0 \\ -\frac{q}{12} (6x^2 - 6Lx + L^2) & ; p/T = 0 \end{cases} \quad (41)$$

Derivando-se $M(x)$ em relação a x , de acordo com a Equação (11), obtém-se o cortante:

$$Q(x) = \begin{cases} -EI \frac{qk^2L \sinh[k(x-L/2)]}{2T \sinh(kL/2)} = -\frac{qL \sinh[k(x-L/2)]}{2 \sinh(kL/2)} & ; p/T > 0 \\ EI \frac{qk^2L \sin[k(x-L/2)]}{2T \sin(kL/2)} = -\frac{qL \sin[k(x-L/2)]}{2 \sin(kL/2)} & ; p/T < 0 \\ -\frac{q}{2} (2x - L) & ; p/T = 0 \end{cases} \quad (42)$$

3.1.1.3 Resumo de equações e exemplo

No Quadro 2, é apresentado um resumo das equações deduzidas anteriormente para flecha $v(x)$, momento $M(x)$ e cortante $Q(x)$ num tubo em vão livre de comprimento L rotulado ou engastado em suas extremidades, com carregamento vertical linear q e carga axial T .

		BI-ROTULADO	BI-ENGASTADO
Flecha $v(x)$	$T > 0$	$\frac{q}{T} \left\{ \frac{1}{k^2} \left[1 - \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\cosh(kL/2)} \right] + \frac{x}{2}(x-L) \right\}$	$\frac{q}{2T} \left\{ \frac{L}{k} \left[\frac{1}{\tanh(kL/2)} - \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\sinh(kL/2)} \right] + x(x-L) \right\}$
	$T < 0$	$\frac{q}{T} \left\{ \frac{1}{k^2} \left[\frac{\cos[k(x-L/2)]}{\cos(kL/2)} - 1 \right] + \frac{x}{2}(x-L) \right\}$	$\frac{q}{2T} \left\{ \frac{L}{k} \left[\frac{\cos[k(x-L/2)]}{\sin(kL/2)} - \frac{1}{\tan(kL/2)} \right] + x(x-L) \right\}$
	$T = 0$	$-\frac{qx}{24EI}(x-L)(x^2 - Lx - L^2)$	$-\frac{qx^2}{24EI}(x-L)^2$
Flecha Máxima $\delta(x)$	$T > 0$	$\frac{q}{T} \left\{ \frac{1}{k^2} \left[1 - \frac{1}{\cosh(kL/2)} \right] - \frac{L^2}{8} \right\}$	$\frac{qL}{2T} \left\{ \frac{1}{k} \left[\frac{1}{\tanh(kL/2)} - \frac{1}{\sinh(kL/2)} \right] - \frac{L}{4} \right\}$
	$T < 0$	$\frac{q}{T} \left\{ \frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{\cos(kL/2)} - 1 \right] - \frac{L^2}{8} \right\}$	$\frac{qL}{2T} \left\{ \frac{1}{k} \left[\frac{1}{\sin(kL/2)} - \frac{1}{\tan(kL/2)} \right] - \frac{L}{4} \right\}$
	$T = 0$	$-\frac{5}{384} \frac{qL^4}{EI}$	$-\frac{qL^4}{384EI}$
Momento $M(x)$	$T > 0$	$\frac{q}{k^2} \left\{ 1 - \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\cosh(kL/2)} \right\}$	$\frac{q}{2k^2} \left\{ 2 - kL \frac{\cosh[k(x-L/2)]}{\sinh(kL/2)} \right\}$
	$T < 0$	$\frac{q}{k^2} \left\{ \frac{\cos[k(x-L/2)]}{\cos(kL/2)} - 1 \right\}$	$\frac{q}{2k^2} \left\{ kL \frac{\cos[k(x-L/2)]}{\sin(kL/2)} - 2 \right\}$
	$T = 0$	$-\frac{qx}{2}(x-L)$	$-\frac{q}{12}(6x^2 - 6Lx + L^2)$
Cortante $Q(x)$	$T > 0$	$-\frac{q}{k} \left\{ \frac{\sinh[k(x-L/2)]}{\cosh(kL/2)} \right\}$	$-\frac{qL}{2} \frac{\sinh[k(x-L/2)]}{\sinh(kL/2)}$
	$T < 0$	$-\frac{q}{k} \left\{ \frac{\sen[k(x-L/2)]}{\cos(kL/2)} \right\}$	$-\frac{qL}{2} \frac{\sen[k(x-L/2)]}{\sen(kL/2)}$
	$T = 0$	$-q \left(x - \frac{L}{2} \right)$	$-q \left(x - \frac{L}{2} \right)$

Quadro 2: Equações para tubo (viga) com força axial constante e conhecida

Para visualização do comportamento estrutural e facilitar a demonstração das metodologias desenvolvidas, que serão apresentadas na seção 4.1, os gráficos referentes às equações do Quadro 2 são apresentadas para um exemplo com os parâmetros listados na Tabela 2.

3.1.2 Efeito da pressão interna e externa como força axial – A força efetiva

Conforme verificado em experimento e demonstrado em equações por Palmer e Baldry (1974), a pressão interna produz uma força lateral em segmentos curvos de tubulação e, conseqüentemente, tende a causar flambagem. Por uma coincidência matemática, esse efeito pode ser considerado como uma força axial de compressão, para pressão interna, ou de tração, para pressão externa. Esse assunto foi, posteriormente, tratado em mais detalhes por Sparks (1984) e mais recentemente por outros autores (FYRILEIV; COLLBERG, 2005; GALGOUL; MASSA; CLARO, 2004b; VEDELD et al., 2014).

Para demonstrar esse efeito, um segmento de tubo com raio de curvatura κ , percorrendo um ângulo $d\theta$ e com a cive médio θ , é representado na Figura 8.

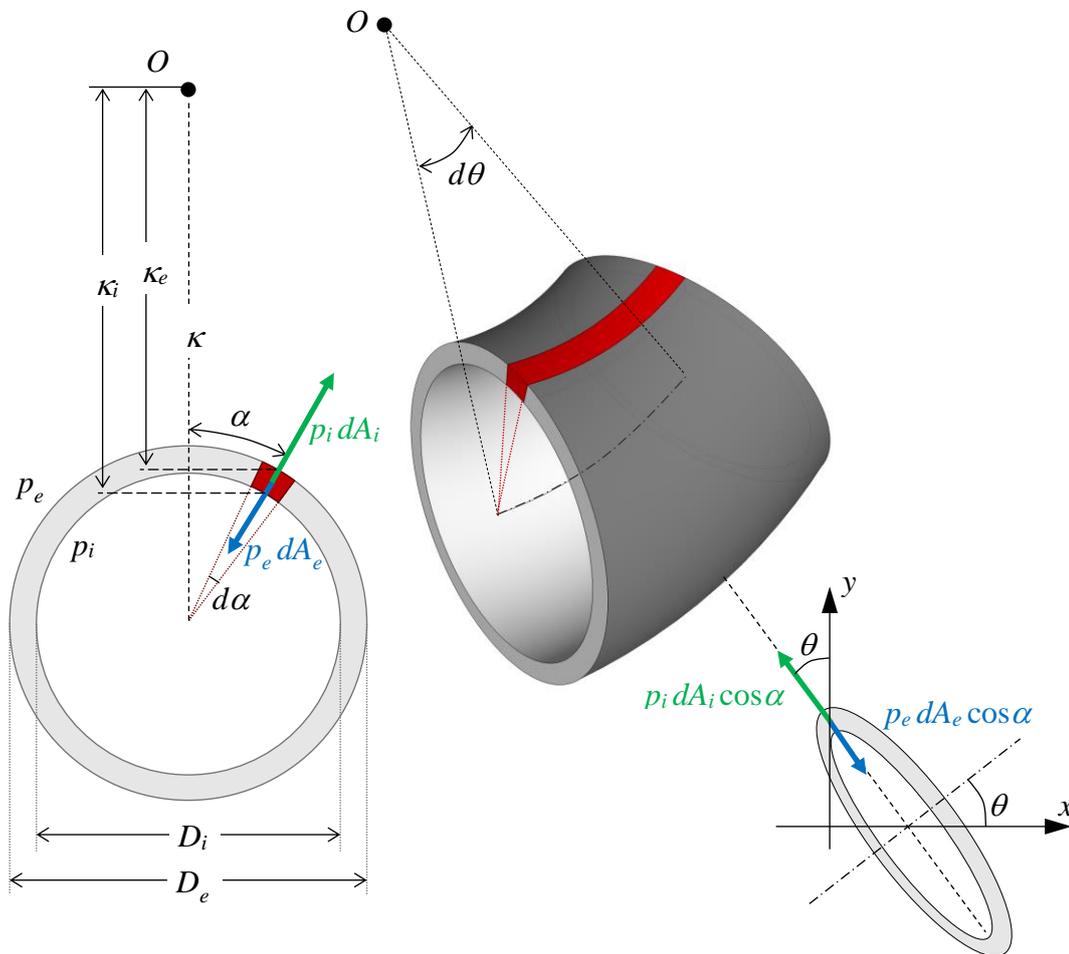


Figura 8: Forças decorrentes da pressão em um segmento curvo de tubo

A componente em y da força resultante da pressão interna e externa pode ser calculada pela integral do produto entre pressão e área infinitesimal ao longo da circunferência, projetado

no eixo que contém o raio de curvatura κ (multiplicado por $\cos\alpha$) e, posteriormente, no eixo y (multiplicado por $\cos\theta$), ou seja:

$$dF_y = \left\{ \int_{A_i} p_i dA_i \cos\alpha - \int_{A_e} p_e dA_e \cos\alpha \right\} \cos\theta . \quad (43)$$

As áreas infinitesimais dA_i e dA_e , por sua vez, são calculadas pelo produto da geratriz ($d\theta.\kappa_i$ e $d\theta.\kappa_e$) pela espessura da faixa vermelha na Figura 8 ($d\alpha.D_i/2$ e $d\alpha.D_e/2$). Os raios de curvatura são obtidos por

$$\begin{cases} \kappa_i = \kappa - \frac{D_i}{2} \cos\alpha \\ \kappa_e = \kappa - \frac{D_e}{2} \cos\alpha \end{cases} \quad (44)$$

e as áreas infinitesimais são então calculadas por

$$\begin{cases} dA_i = d\theta \left(\kappa - \frac{D_i}{2} \cos\alpha \right) d\alpha \frac{D_i}{2} \\ dA_e = d\theta \left(\kappa - \frac{D_e}{2} \cos\alpha \right) d\alpha \frac{D_e}{2} \end{cases} . \quad (45)$$

Substituindo a Equação (45) na (43), obtém-se:

$$dF_y = \left\{ p_i \frac{D_i}{2} \int_0^{2\pi} \left(\kappa - \frac{D_i}{2} \cos\alpha \right) \cos\alpha d\alpha - p_e \frac{D_e}{2} \int_0^{2\pi} \left(\kappa - \frac{D_e}{2} \cos\alpha \right) \cos\alpha d\alpha \right\} \cos\theta d\theta \quad (46)$$

cuja integração resultará em

$$dF_y = - \left(p_i \frac{D_i^2}{4} - p_e \frac{D_e^2}{4} \right) \cos\theta d\theta , \quad (47)$$

que; para pequenos valores de θ ($\cos\theta \cong 1$), simplificação já considerada na dedução da Equação (22); derivando-se em relação a x e incluindo a relação da Equação (19), equivale a

$$\frac{dF_y}{dx} = - (p_i A_i - p_e A_e) \frac{d^2 v}{dx^2} . \quad (48)$$

Essa expressão corresponde a força vertical (em y) e, conseqüentemente, pode ser adicionada às demais forças calculadas na dedução da Equação (22), evoluindo-a para

$$m_L \frac{d^2 v}{dt^2} + EI \frac{d^4 v}{dx^4} - (T - p_i A_i + p_e A_e) \frac{d^2 v}{dx^2} + q = 0 . \quad (49)$$

Conseqüentemente, fica provado que as pressões interna e externa, multiplicadas pela área interna e externa, respectivamente, tem efeito equivalente ao da força axial. No entanto, vale ressaltar que essa equação corresponde à análise das forças e deslocamentos verticais. Caso haja a possibilidade do duto se mover axialmente, a validade dessa equivalência deve ser reavaliada. Frequentemente, para simplificar a análise de dutos, o fator que multiplica d^2v/dx^2 na Equação (49) é chamado de força axial efetiva S_{eff} , definida por

$$S_{eff} = N_{tr} - p_i A_i + p_e A_e , \quad (50)$$

onde N_{tr} é a força axial real (*true*) atuando na parede do tubo. Em conformidade com a norma DNV-FR-F105, desta equação em diante, N_{tr} substituirá a letra T utilizada, anteriormente, para representar a tração axial do tubo. Então, a Equação (49) é reescrita por

$$m_L \frac{d^2v}{dt^2} + EI \frac{d^4v}{dx^4} - S_{eff} \frac{d^2v}{dx^2} + q = 0 . \quad (51)$$

Essa simplificação é utilizada, inclusive, por *softwares* comerciais conceituados baseados em elementos finitos, pois simplifica o equacionamento das forças atuantes.

3.1.3 Efeito do escoamento do fluido interno na análise estrutural estática

A variação da direção do escoamento causa uma força resultante no fluido que, para regime permanente, pode ser calculada por White (2010, p. 156):

$$\sum \vec{F} = \sum \dot{m}_i \vec{U}_i , \quad (52)$$

onde \vec{F} é a força que atua no volume de controle⁶; \dot{m}_i é a vazão mássica na i -ésima abertura (entrada ou saída) no volume de controle, calculada por

$$\dot{m}_i = \rho_i U_i A_i , \quad (53)$$

sendo ρ_i a massa específica do fluido U_i a velocidade média do fluido em relação a i -ésima abertura e A_i é a área. A vazão mássica será uma parcela positiva para saídas e negativa para entradas

⁶ Volume de controle (VC) é a região do fluido delimitada pela superfície de controle, sob a qual atuam as forças exercidas pela vizinhança. O VC deve ser definido de acordo com o que se deseja calcular.

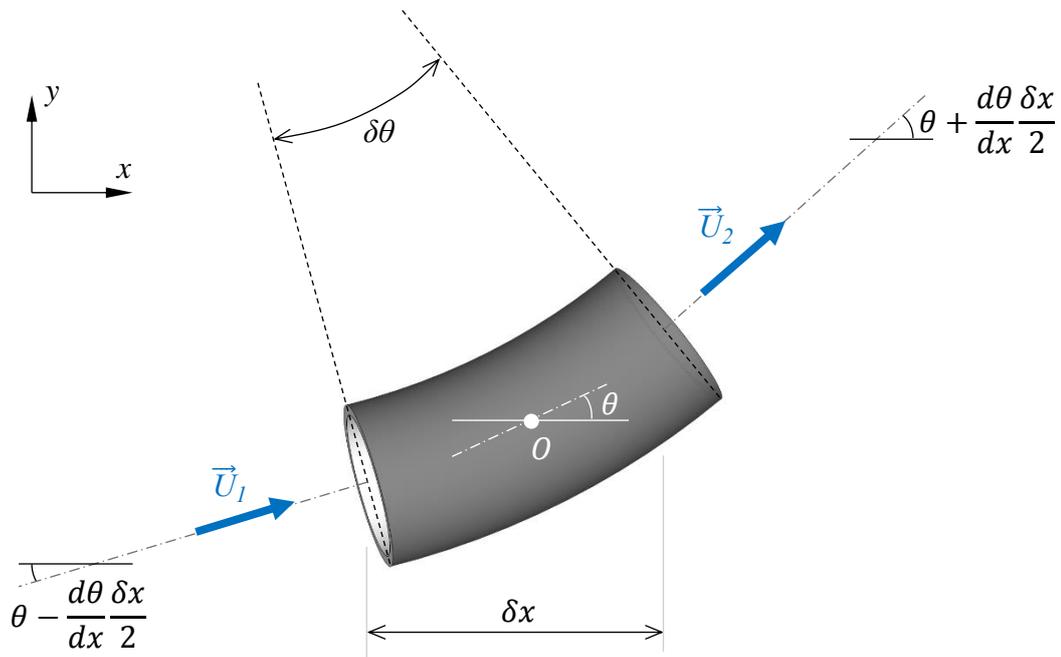


Figura 9: Efeito do escoamento interno na análise estática estrutural

Para o caso em questão, tem-se um seguimento curvo de tubo com uma entrada (1) e uma saída (2), conforme representado na Figura 9. A aplicação da Equação (52) então será

$$\delta \vec{F} = \dot{m}_2 \vec{U}_2 - \dot{m}_1 \vec{U}_1, \quad (54)$$

que, pelo princípio da conservação da massa, $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = \dot{m}$ e $|\vec{U}_1| = |\vec{U}_2| = U$ (WHITE, 2010, p. 151), ou seja:

$$\delta \vec{F} = \dot{m} (\vec{U}_2 - \vec{U}_1), \quad (55)$$

cuja componente vertical (em y) é calculada por

$$\delta F_y = \dot{m} U \left[\sin \left(\theta + \frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) - \sin \left(\theta - \frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \right] = 2 \dot{m} U \cos \theta \sin \left(\frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right), \quad (56)$$

que pode ser reduzido pela simplificação de ângulos muito pequenos

$$\begin{cases} \sin \left(\frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \cong \frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \\ \cos \left(\frac{d\theta}{dx} \frac{\delta x}{2} \right) \cong 1 \end{cases} \quad (57)$$

para

$$\frac{dF_y}{dx} = \dot{m}U \cos \theta \frac{d\theta}{dx} . \quad (58)$$

Para pequenos valores de θ ($\cos \theta \cong 1$), simplificação já considerada na dedução da Equação (22), e com a relação da Equação (19), tem-se:

$$\frac{dF_y}{dx} = \dot{m}U \frac{d^2v}{dx^2} = \rho U^2 A \frac{d^2v}{dx^2} . \quad (59)$$

A força calculada pela Equação (59) refere-se ao componente vertical (em y) da força exercida pelo tubo (vizinhança do VC) no fluido. Portanto, a força de interesse na análise estrutural estática do tubo terá a mesma magnitude e sentido (sinal) contrário. Então, essa força pode ser adicionada às demais da Equação (49), resultando em:

$$m_L \frac{d^2v}{dt^2} + EI \frac{d^4v}{dx^4} - (T - p_i A_i + p_e A_e - \rho U^2 A_i) \frac{d^2v}{dx^2} + q = 0 . \quad (60)$$

Esse efeito já foi equacionado por Gregory e Paidoussis (1966) e outros autores desde então. No entanto, uma concepção inédita seria considerar a parcela correspondente ao escoamento interno no cálculo da força efetiva, ou seja:

$$S_{eff} = N_{ir} - p_i A_i + p_e A_e - \rho U^2 A_i , \quad (61)$$

onde o escoamento interno atua de forma equivalente a uma força de compressão. Essa abordagem simplificaria o cálculo do deslocamento vertical de vãos livres, assim como a simplificação já adotada para pressão interna e externa. O *software* OrcaFlex, por exemplo, considera a pressão interna e externa como forças axiais, que simplifica o equacionamento do MEF e aumenta a estabilidade de convergência não-linear, porém aplica o efeito do escoamento interno como uma força lateral diretamente nos nós dos elementos.

A parcela $\rho U^2 A_i$ costuma ter valor muito inferior que às demais, sendo, normalmente, desprezada. Seu impacto pode se tornar significativo para dutos com pressões pequenas (lâminas d'água rasas), transportando fluidos mais densos com velocidades elevadas.

3.1.4 Influência da pressão interna e externa na força axial por efeito de Poisson

Conforme demonstrado na seção 3.1.2, as pressões interna e externa causam forças laterais em segmentos curvos de tubulação que induzem deslocamentos transversais de maneira equivalente à uma força axial. Além disso, as pressões interferem, de fato, na força axial por

efeito de Poisson. Para quantificar esse efeito, será considerado o caso simplificado de um trecho retilíneo de duto impedido de se deslocar, exceto por expansão diametral. Neste caso, tem-se uma condição axissimétrica de tensões com coordenadas polares para qualquer ponto da parede do tubo (Figura 10).

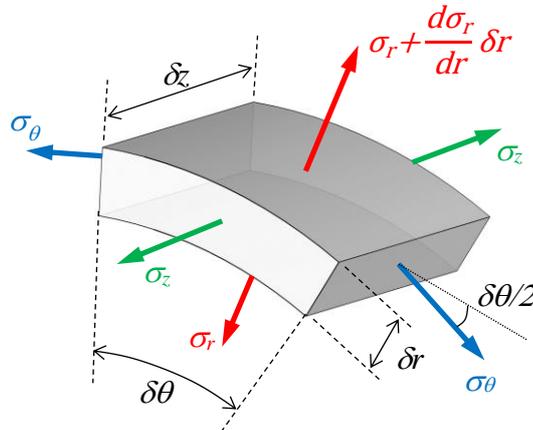


Figura 10: Tensões em coordenadas polares num segmento infinitesimal da parede do tubo

Para equilíbrio das forças, a soma das componentes radiais será igual a zero:

$$\sum \delta F_r = \left(\sigma_r + \frac{d\sigma_r}{dr} \delta r \right) (r + \delta r) \delta \theta \delta z - \sigma_r r \delta \theta \delta z - 2\sigma_\theta \delta r \delta z \sin\left(\frac{\delta \theta}{2}\right) = 0, \quad (62)$$

que, considerando-se $\sin(\delta \theta / 2) \cong \delta \theta / 2$ e desprezando-se termos de segunda ordem, reduz-se a

$$\sigma_\theta = \frac{d}{dr}(\sigma_r r). \quad (63)$$

Considerando-se a função de Airy para coordenadas polares num problema, por hora, axissimétrico $\phi = \phi(r)$, onde

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{1}{r} \frac{d\phi}{dr} \\ \sigma_\theta = \frac{d^2\phi}{dr^2} \end{cases}, \quad (64)$$

a compatibilidade de deformações para estado plano (de tensões ou deformações) é obedecida pela equação bi-harmônica

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \frac{d}{dr} \left[\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d\phi}{dr} \right) \right] \right\} = 0. \quad (65)$$

Solucionando-se a Equação (65), as tensões radial e circunferencial são obtidas de acordo com a definição da Equação (64):

$$\begin{cases} \sigma_r = \frac{A}{r^2} + 2C \\ \sigma_\theta = -\frac{A}{r^2} + 2C \end{cases}, \quad (66)$$

cujos coeficientes A e C são determinados através das condições de contorno $\sigma_r(R_i) = -p_i$ e $\sigma_r(R_e) = -p_e$ (compressão):

$$\begin{cases} A = \frac{(p_e - p_i)R_e^2 R_i^2}{(R_e^2 - R_i^2)} \\ C = -\frac{(p_e R_e^2 - p_i R_i^2)}{2(R_e^2 - R_i^2)} \end{cases}. \quad (67)$$

De acordo com a Lei de Hooke para coordenadas polares:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)]. \quad (68)$$

Conforme mencionado anteriormente, esta dedução considerará que os deslocamentos do duto estão restritos, conseqüentemente, $\varepsilon_z = 0$. Então, substituindo-se as relações da Equação (66) na (68) obtém-se a tensão axial real na parede do tubo:

$$0 = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_r + \sigma_\theta)] \rightarrow \sigma_z = \nu(\sigma_r + \sigma_\theta) = 4C\nu. \quad (69)$$

Percebe-se que σ_z é constante e, portanto, a força axial é calculada pela multiplicação pela área da seção A_s :

$$\begin{aligned} F_z = \sigma_z A_s = 4C\nu(A_e - A_i) &= -4 \frac{(p_e R_e^2 - p_i R_i^2)}{2(R_e^2 - R_i^2)} \nu \pi(R_e^2 - R_i^2) \\ \rightarrow F_z &= 2\nu(p_i A_i - p_e A_e) \end{aligned}. \quad (70)$$

Observa-se que a pressão interna causa, por efeito de Poisson, uma tração no duto e a externa, uma compressão. Esse efeito ocorre de maneira contrária ao de segunda ordem demonstrado na seção 3.1.2, onde a pressão interna causa força efetiva de compressão e externa, de tração.

3.2 EQUAÇÕES DA DNV-RP-F105

3.2.1 Análise estrutural estática

A norma DNV-RP-F105 propõe diversas equações para análise estrutural estática simplificada de vãos livres. O primeiro passo consiste em se determinar a força axial efetiva.

Pode-se considerar que a força efetiva de instalação é conhecida, pois é controlada durante o lançamento do duto. Após o assentamento, o deslocamento do duto será contido pelo atrito com o solo, mantendo a força efetiva inicial (de instalação) $H_{eff} = N_{tr,i} - p_i A_i + p_e A_e$, conforme a Equação (50), até que ocorra uma alteração nas condições de carregamento. Ao ser realizado o teste hidrostático ou ao entrar em operação, o correspondente incremento da pressão interna Δp_i terá como efeito a combinação das Equações (50) e (70), adicionada ao valor inicial H_{eff} . Incluindo-se um aumento de temperatura, a força efetiva então será

$$S_{eff} = H_{eff} - \Delta p_i A_i (1 - 2\nu) - A_s E \Delta T \alpha_e . \quad (71)$$

A Equação (71) é apresentada pela DNV-RP-F105 e em mais detalhes por Fyrileiv e Collberg (2005), onde, de acordo com a dedução matemática realizada, o autor afirma que é válida apenas para valores elevados de D/t . No entanto, de acordo com a dedução feita na seção 3.1.4, não há limites para sua aplicação. A verdadeira limitação da Equação (71) para fins práticos é que ela só é válida para segmentos de duto totalmente restritos, o que não ocorre em vãos livres.

Para o cálculo do momento estático, a referida norma apresenta a fórmula

$$M_{static} = C_5 \frac{qL_{eff}^2}{\left(1 + \frac{S_{eff}}{P_{cr}}\right)}, \quad (72)$$

onde q é o carregamento distribuído; L_{eff} é o comprimento efetivo, calculado pela Equação (74); S_{eff} é a força efetiva estática de equilíbrio e P_{cr} é a carga crítica de flambagem, calculada por

$$P_{cr} = (1 + CSF) C_2 \frac{\pi^2 EI}{L_{eff}^2}, \quad (73)$$

sendo CSF o fator de enrijecimento do revestimento do concreto (*concrete stiffness enhancement factor*), se houver. Os coeficientes C_2 e C_5 são listados na Tabela 3, de acordo com a condição de contorno considerada.

Tabela 3: Coeficientes utilizados pela DNV-RP-F105

	Bi-rotulado	Bi-engastado	Apoiado em solo
C_1	1,57	3,56	3,56
C_2	1,0	4,0	4,0
C_3	0,8	0,2	0,4
C_4	4,93	14,1	Ombro: 14,1 $(L/L_{eff})^2$ Meio-vão: 8,6
C_5	1/8	1/12	Ombro: $1/[18(L_{eff}/L)^2-6]$ Meio-vão: 1/24
C_6	5/384	1/384	1/384

O conceito de comprimento efetivo L_{eff} foi sugerido por Hobbs (1986) para considerar o apoio elástico do solo nas extremidades do vão livre e é calculado por

$$\frac{L_{eff}}{L} = \begin{cases} \frac{4,73}{-0,066 \beta^2 + 1,02 \beta + 0,63} & ; p/ \beta \geq 2,7 \\ \frac{4,73}{0,036 \beta^2 + 0,61 \beta + 1,00} & ; p/ \beta < 2,7 \end{cases}, \quad (74)$$

onde

$$\beta = \log_{10} \left[\frac{K L^4}{(1 + CSF) EI} \right]. \quad (75)$$

A referida norma sugere, para o cálculo da flecha máxima estática, a fórmula

$$\delta = C_6 \frac{q L_{eff}^4}{EI(1 + CSF)} \left(\frac{1}{1 + \frac{S_{eff}}{P_{cr}}} \right). \quad (76)$$

Observa-se que, para $S_{eff} = 0$, as Equações (72) e (76) correspondem às soluções exatas do problema, listadas no Quadro 2. Porém, para $S_{eff} \neq 0$, podem ser definidas como soluções semi-empíricas aproximadas. O cálculo de M e δ são necessários para avaliação estrutural estática do vão livre. Com o valor de M e de N_{lr} , calcula-se a tensão na parede do tubo, enquanto δ permite avaliar a distância do solo e um possível contato com outros dutos em cruzamentos.

Para análise dinâmica, Fyrilev e Motk (2002) desenvolveram a fórmula semi-empírica

$$f_1 \cong C_1 \sqrt{1 + CSF} \sqrt{\frac{EI}{m_e L_{eff}^4} \left[1 + \frac{S_{eff}}{P_{cr}} + C_3 \left(\frac{\delta}{D} \right)^2 \right]}, \quad (77)$$

também adotada pela DNV para o cálculo da primeira frequência natural, que apresenta boa aproximação para $L/D < 140$, $\delta/D < 2,5$ e $S_{eff}/P_{cr} > -0,5$. O valor da frequência natural é um parâmetro fundamental para o cálculo da velocidade reduzida U_R , conforme a Equação (6).

É importante ressaltar que todas as fórmulas para análise de vãos livres recomendadas pela DNV e citadas nesta seção dependem, previamente, do valor da força efetiva S_{eff} de equilíbrio. No entanto, a referida norma não oferece uma formulação precisa para o cálculo de S_{eff} em vãos livres, recomendando que se utilize ferramentas baseadas em MEF, o que se torna um contra-senso, uma vez que são apresentadas diversas fórmulas simplificadas para calcular resultados que já são disponibilizados pelo MEF.

Programas como o FatFree, desenvolvido pela DNV para análise de vãos livres, calculam a força efetiva pela Equação (71). Porém, em muitos casos, esta pode ser uma simplificação com um erro extremamente elevado, uma vez que a referida equação corresponde a segmentos fixos, enquanto o deslocamento ocasionado pela flambagem em vãos livres tende a aumentar o valor de S_{eff} , significativamente.

Para contornar essa situação, na seção 4.1, será apresentada uma nova metodologia para o cálculo de S_{eff} em vãos livres, que fornece uma formulação direta e com precisão suficiente para casos práticos de projetos de dutos submarinos.

3.2.2 Resposta dinâmica a VIV

Para a previsão da resposta dinâmica de vãos livres submetidos a VIV, a norma DNV-RP-F105 oferece modelos empíricos baseados em dados experimentais de modelos reduzidos disponíveis na literatura e, num número limitado, em escala real. Nesses modelos, as vibrações IL e CF são consideradas separadamente, o que vai contra as observações feitas por diversos experimentos, conforme citado na seção 2.3.1.2.

A turbulência e a massa estrutural, fator que influencia a faixa de U_R com resposta significativa e a amplitude (seção 2.3.1.1), são consideradas apenas no modelo IL. Para simplificação das análises a serem realizadas nos próximos capítulos, os modelos da DNV serão particularizados a seguir para condições sem ondas e com incidência de corrente permanente perpendicular ao tubo. Todos os coeficientes de segurança serão considerados iguais a 1, com o objetivo de se comparar com resultados o mais preciso possível.

Um dos parâmetros necessários é o de estabilidade, calculado por

$$K_s = \frac{4\pi m_L \zeta_T}{\rho D^2}, \quad (78)$$

onde ζ_T é a razão de amortecimento total, incluindo o amortecimento estrutural, do solo e hidrodinâmico. No presente estudo, a interação com o solo não será abordada e, assim como na

referida norma, o amortecimento hidrodinâmico será desprezado para a região de *lock-in*, restando apenas o amortecimento estrutural.

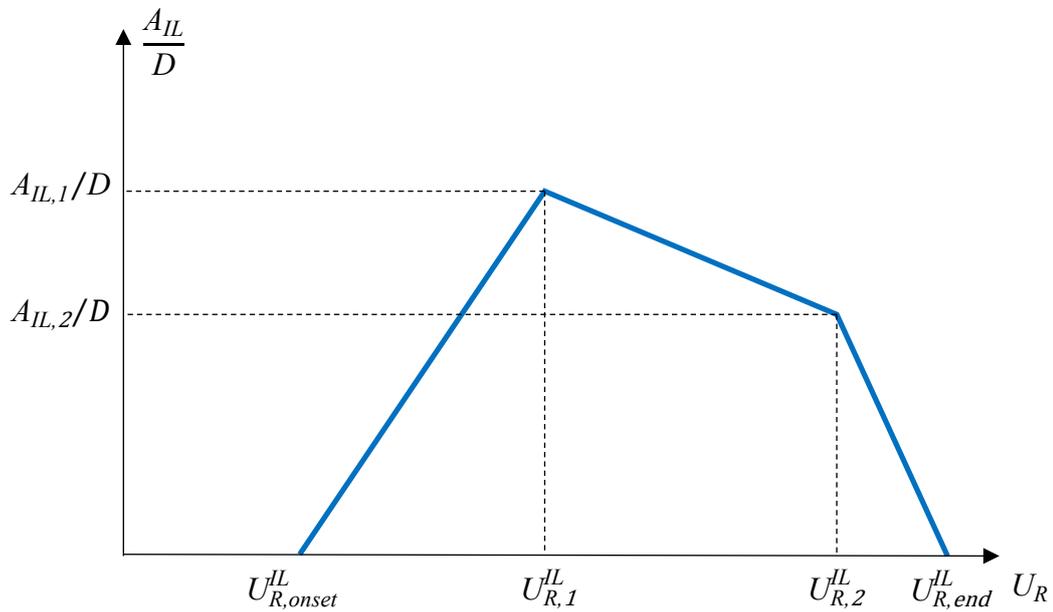


Figura 11: Modelo de resposta IL. Adaptado de DNV-RP-F105.

O modelo de resposta sugerido se baseia num gráfico da amplitude IL unitária A_{IL}/D versus a velocidade reduzida U_R aplicada (Figura 11). Os valores correspondentes são definidos conforme os critérios descritos no Quadro 3.

Velocidade reduzida U_R			Amplitude IL (A_{IL}/D)	
Ponto	Condição	Valor	Ponto	Valor
$U_{R,onset}^{IL}$	$K_s < 0,4$	1	Inicial	0
	$0,4 < K_s < 1,6$	$0,6 + K_s$		
	$1,6 < K_s$	2,2		
$U_{R,1}^{IL}$	-	$10 \left(\frac{A_{IL,1}}{D} \right) + U_{R,onset}^{IL}$	$\left(\frac{A_{IL,1}}{D} \right)$	$\max \left[0,18 \left(1 - \frac{K_s}{1,2} \right) R_{I,1} ; \left(\frac{A_{IL,2}}{D} \right) \right]$
$U_{R,2}^{IL}$	-	$U_{R,end}^{IL} - 2 \left(\frac{A_{IL,2}}{D} \right)$	$\left(\frac{A_{IL,2}}{D} \right)$	$0,13 \left(1 - \frac{K_s}{1,8} \right) R_{I,2}$
$U_{R,end}^{IL}$	$K_s < 1,0$	$4,5 - 0,8 K_s$	Final	0
	$K_s \geq 1,0$	3,7		

Quadro 3: Parâmetros do modelo de resposta IL da DNV-RP-F105

Os fatores de redução $R_{I,1}$ e $R_{I,2}$ consideram o efeito da redução de amplitude causado pela intensidade de turbulência e são calculados por

$$\begin{cases} R_{L,1} = 1,0 - \frac{\pi^3}{2}(I_c - 0,03) \\ R_{L,2} = 1,0 - \frac{(I_c - 0,03)}{0,17} \end{cases}, \quad (79)$$

onde I_c é a intensidade de turbulência da corrente, definido por $I_c = \sigma_c / U_c$, sendo σ_c o desvio padrão da flutuação de velocidade e U_c a média da velocidade em 10 min ou 30 min, com taxa de amostragem de 1 Hz. Na falta de informações disponíveis, a DNV recomenda que se considere $I_c = 5\%$.

Quanto à resposta de vibração CF, a norma cita que esta depende de uma série de fatores, entre eles: a velocidade reduzida U_R , o número de Reynolds Re , a razão de massa m^* e a distância ao fundo e/D . No entanto, o modelo apresentado (Figura 12) desconsidera boa parte deles ou os considera apenas parcialmente, como o caso de e/D , que é considerado para a avaliação da velocidade reduzida, mas não na amplitude, contrariando observações experimentais citadas na seção 2.3.1.3 (LI et al., 2011; TSAHALIS; JONES, 1981).

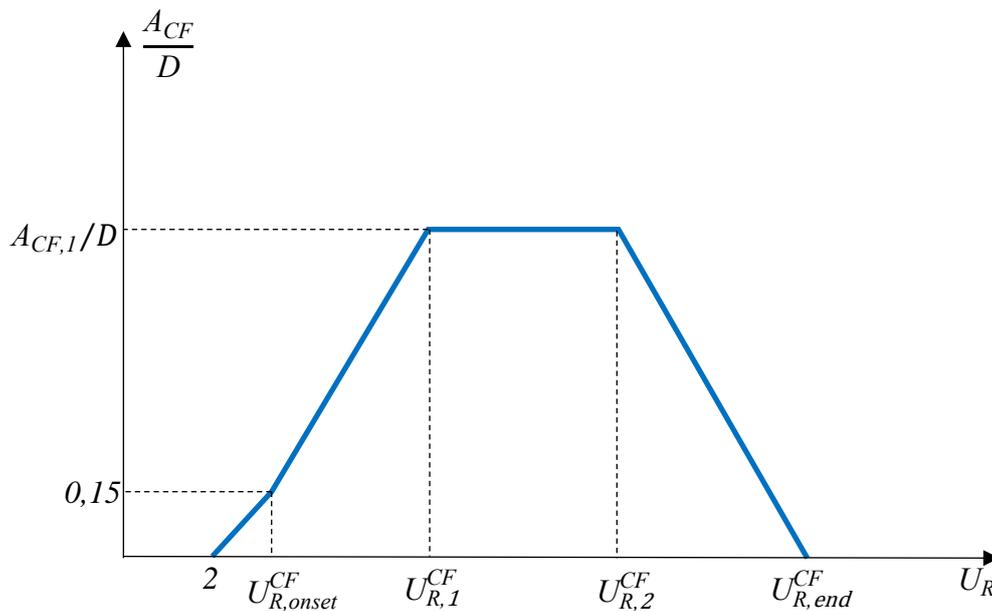


Figura 12: Modelo de resposta CF. Adaptado de DNV-RP-F105.

Os valores do gráfico da Figura 12 são definidos conforme os critérios listados no Quadro 4. Para o cálculo do patamar superior da amplitude máxima, é definida a razão r_{fn} entre a primeira e segunda frequência natural de vibração CF. Normalmente, essa razão é próxima a 2 e, conseqüentemente, o valor calculado de A_{CF}/D será, aproximadamente, 1,9. Observa-se que este valor é bastante elevado e seu cálculo considera, tão somente, a razão r_{fn} , ignorando a

razão de massa m^* , que tem impacto na amplitude de resposta, conforme as observações experimentais citadas na seção 2.3.1.1, assim como a proximidade ao fundo.

Velocidade reduzida U_R		Amplitude CF (A_{CF}/D)		
Ponto	Valor	Ponto	Condição	Valor
Inicial	2	Inicial	-	0
$U_{R,onset}^{CF}$	$3 \cdot \psi_{proxionset} \cdot \psi_{trenchonset}$	<i>Onset</i>	-	0,15
$U_{R,1}^{CF}$	$7 - \frac{(7 - U_{R,onset}^{CF})}{1,15} \cdot \left(1,3 - \frac{A_{CF,1}}{D}\right)$	$\left(\frac{A_{CF,1}}{D}\right)$	$r_{fn} = \left(\frac{f_{n+1,CF}}{f_{n,CF}}\right) < 1,5$	0,9
			$1,5 \leq r_{fn} \leq 2,3$	$0,9 + 0,5(r_{fn} - 1,5)$
			$r_{fn} > 2,3$	1,3
$U_{R,2}^{CF}$	$U_{R,end}^{CF} - \left(\frac{7}{1,30}\right) \cdot \left(\frac{A_{CF,1}}{D}\right)$	$\left(\frac{A_{CF,2}}{D}\right)$	-	$\left(\frac{A_{CF,1}}{D}\right)$
$U_{R,end}^{CF}$	16	Final	-	0

Quadro 4: Parâmetros do modelo de resposta CF da DNV-RP-F105

O fator de correção da proximidade com o fundo é definido por

$$\psi_{proxionset} = \begin{cases} \frac{1}{5} \left(4 + 1,25 \frac{e}{D}\right) & ; \quad p/ \frac{e}{D} < 0,8 \\ 1 & ; \quad p/ \frac{e}{D} \geq 0,8 \end{cases} \quad (80)$$

e o de trincheira por

$$\psi_{trenchonset} = 1 + 0,5 \frac{\Delta}{D} \quad , \quad (81)$$

onde

$$\frac{\Delta}{D} = \left(\frac{1,25 d - e}{D}\right) \quad \text{e} \quad 0 \leq \frac{\Delta}{D} \leq 1 \quad , \quad (82)$$

sendo d a altura da ombreira medida a $3D$ de distância do tubo.

Certamente, as simplificações adotadas pela DNV no desenvolvimento desta metodologia conduzem à necessidade de um elevado conservadorismo, embutido nos seus resultados. Porém, devido à pouca disponibilidade de ferramentas práticas, acessíveis e confiáveis, trata-se de um dos métodos mais utilizados na indústria de O&G.

3.3 DINÂMICA DOS FLUIDOS COMPUTACIONAL (CFD)

Em problemas para os quais não há soluções empíricas ou analíticas disponíveis, uma alternativa que vem sendo cada vez mais utilizada são os métodos numéricos, inseridos na área de pesquisa denominada fluidodinâmica computacional (CFD – *Computational Fluid Dynamics*). No presente estudo, o CFD foi adotado para previsão do comportamento do fluido ao redor do tubo e, conseqüentemente, da resposta dinâmica de vãos livres submetidos a uma corrente permanente.

Forças são transmitidas através da pressão e da tensão viscosa exercidas pelo fluido ao longo da parede externa do tubo e os deslocamentos deste, por outro lado, interferem no escoamento do fluido, alterando a geometria das condições de contorno simultaneamente. Portanto, trata-se de uma interferência de mão dupla entre fluido e estrutura, comumente chamada de interação fluido-estrutura (FSI - *Fluid-Structure Interaction*).

A seguir, são apresentadas as equações teóricas que descrevem o comportamento dinâmico dos fluidos e, mais adiante, o método numérico utilizado para solucioná-las. Por se tratar de escoamento turbulento, a viabilização do custo computacional (tempo de processamento) exige a utilização de modelos que simplificam os efeitos da turbulência.

3.3.1 Equações teóricas

De acordo com a Hipótese do Contínuo, o fluido pode ser considerado como uma matéria contínua e em cada ponto do seu domínio há uma partícula fluida que possui todas as grandezas físicas pertinentes a um fluido: massa específica ρ , velocidade \vec{V} , tensões viscosas σ_{ij} , entre outras. Portanto, um ponto qualquer do domínio fluido pode ser descrito como um volume infinitesimal de massa dm e com dimensões dx , dy e dz (Figura 13).

A equação da continuidade se baseia no princípio da conservação da massa e estabelece uma relação entre a quantidade de massa que entra, sai e varia no interior do volume infinitesimal:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{V}) = 0, \quad (83)$$

onde u_i são as componentes da velocidade \vec{V} . Para fluidos incompressíveis (i.e. ρ constante), se reduz a

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0. \quad (84)$$

que representa um campo de velocidades solenoidal, ou seja, cujo divergente é nulo.

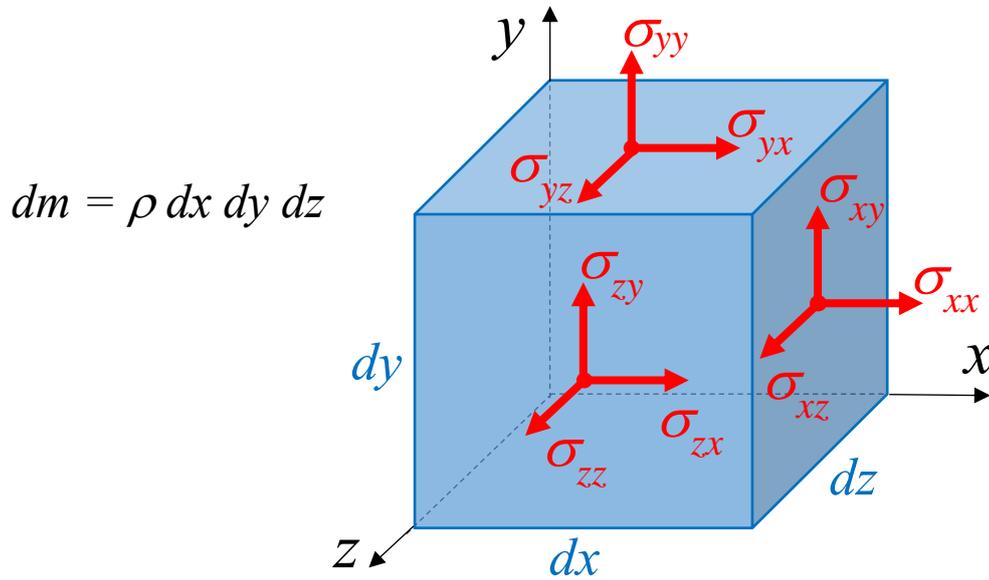


Figura 13: Volume fluido infinitesimal e tensões nas suas faces

Aplicando-se a 2ª Lei de Newton no volume infinitesimal da Figura 13 e decompondo-se as forças em gravidade, pressão e forças viscosas, obtém-se:

$$\rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} = \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad (85)$$

onde g_i são as componentes da gravidade, p é a pressão e τ_{ij} é o tensor viscoso.

A equação de Newton da viscosidade relaciona as tensões viscosas com os gradientes de velocidade por

$$\begin{cases} \tau_{ij} = 2\mu s_{ij} \\ s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \end{cases}, \quad (86)$$

onde μ é a viscosidade dinâmica, constante para fluidos newtonianos (e.g. água, óleos e ar) e s_{ij} é o tensor da taxa de cisalhamento. Substituindo-se a Equação (86) na (85) e considerando-se fluido newtoniano e incompressível deduz-se

$$\rho g_i - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} = \rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right), \quad (87)$$

conhecida como equações de Navier-Stokes.

As equações de Navier-Stokes representam um sistema de três equações (x , y e z), cujas incógnitas são as três componentes da velocidade. Portanto, em tese, a Equação (87) poderia ser resolvida analiticamente ou por métodos numéricos para obter-se o campo de escoamento $\vec{V}(x, y, z, t)$ e, posteriormente, as forças transferidas para o contorno, que no referido problema é o duto, seriam determinadas pela integração das tensões calculadas pela Equação (86). No entanto, a maioria dos escoamentos em problemas de engenharia é turbulento, cuja natureza complexa inviabiliza uma abordagem trivial.

A classificação quanto ao regime de escoamento é obtida pelo valor do número de Reynolds (Re), definido pela Equação (4). Os valores de Re referentes à transição de escoamento laminar para turbulento variam de acordo com o tipo e geometria do escoamento. Para escoamentos no interior de tubulações, por exemplo, essa transição se dá para $Re > 2300$ (WHITE, 2010, p. 352), enquanto que para escoamento externo, para $Re > 300$ (Quadro 1). De uma maneira geral, é aceito que o escoamento será totalmente turbulento para $Re > 10.000$.

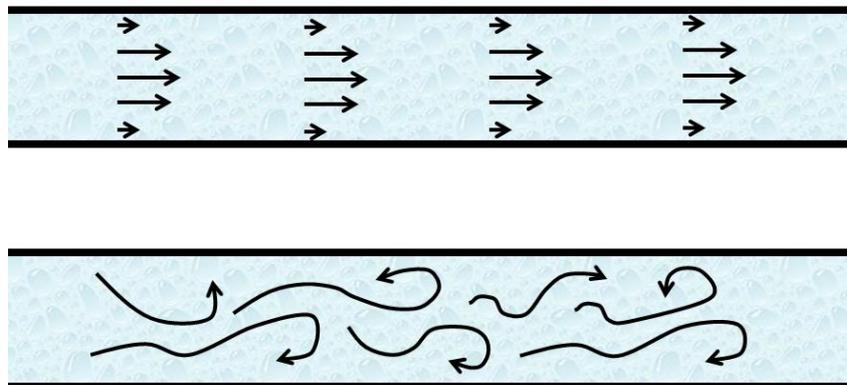


Figura 14: Escoamento laminar *versus* turbulento no interior de uma tubulação

Escoamentos turbulentos são caracterizados por possuírem, predominantemente, um campo de velocidades desordenado e instável, ao contrário de escoamentos laminares (Figura 14). Há uma ocorrência intensa de vórtices (turbilhões) flutuantes de diversas escalas de tamanho, também chamados de *turbulent eddies*, e movimentos rotacionais transientes observados em experimentos. Por conta dessa movimentação caótica, escoamentos transientes são, intrinsicamente, tridimensionais, condição que deve ser levada em consideração, de alguma forma, mesmo em análises bidimensionais.

Para analisar mais detalhes sobre os *eddies*, faz-se necessário definir os conceitos de advecção e difusão, responsáveis pelo transporte de diversas grandezas físicas (e.g. temperatura e concentração de um soluto) num meio fluido.

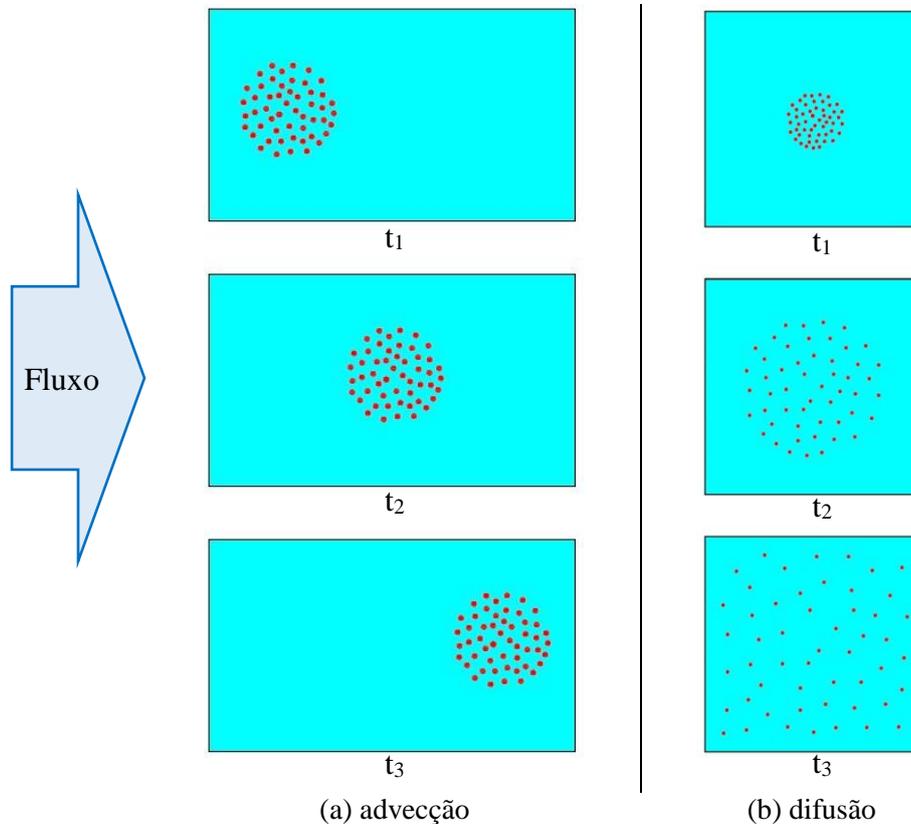


Figura 15: Advecção e difusão de uma grandeza em meio fluido

A advecção consiste no “carreamento” dessas grandezas físicas ϕ pelo próprio movimento (velocidade) do fluido (Figura 15a). A difusão, por sua vez, é causada pelo gradiente de ϕ e é, comumente, equacionada pela Lei de Fick, ocorrendo no sentido de onde o valor de ϕ é maior para onde é menor (sentido contrário ao do gradiente). Seu efeito é observado como uma dispersão (Figura 15b).

Os vórtices turbulentos se deslocam no domínio, transferindo energia para os de menor escala, sucessivamente em cascata, num efeito combinado de advecção e difusão. Outra consequência são os gradientes de velocidades, que são mais intensos nos menores vórtices e geram tensões viscosas (cisalhantes), de acordo com a Equação (86), e que, por sua vez, causam dissipação de energia, principalmente, em forma de calor, num efeito semelhante ao atrito. Devido à 2ª Lei da Termodinâmica (princípio da entropia), essa energia transformada em calor é perdida, não retornando para o fluido.

Observações experimentais demonstram que o espectro de dimensões dos vórtices é contínuo e tem largura de faixa diretamente proporcional ao número de Reynolds. As maiores escalas são restritas aos limites do domínio, pois os vórtices devem estar completamente compreendidos nele. Os maiores vórtices possuem as menores frequências de flutuação, que aumentam com a diminuição das escalas e, conseqüentemente, ocorre o mesmo com as taxas de dissipação de energia. Os vórtices menores tendem a apresentar características mais equilibradas nas três direções, portanto, a dissipação de energia por eles é considerada isotrópica, por simplificação. A maior contribuição para a parcela de transporte de massa, *momentum* e energia vem dos maiores vórtices, tornando-os os mais significativos para análise, por isso suas dimensões são chamadas de “comprimento característico de turbulência” (WROBEL et al., 1989, p. 88).

O conhecimento detalhado do comportamento dos *eddies* permite que eles sejam considerados indiretamente nos modelos turbulentos, através de formulações semi-empíricas que adicionam seus efeitos relevantes para o escoamento como um todo, calculando-se apenas as informações que são, efetivamente, de interesse para problemas práticos da engenharia. Essa simplificação será discutida mais detalhadamente na seção 3.3.2.

3.3.2 Modelos de turbulência

A complexidade dos escoamentos turbulentos, conforme citado na seção 3.3.1, torna impensável uma solução analítica das equações de Navier-Stokes. Já a solução numérica direta da Equação (87), chamada de simulação numérica direta (DNS – *Direct Numerical Simulation*), pelo mesmo motivo, exige discretização do domínio (divisão em células) e do tempo (divisão em passos) extremamente refinadas, o que demanda um elevado custo computacional e torna-a proibitiva para aplicações práticas na engenharia. Análises em CFD por DNS são, normalmente, realizadas em computadores de alto desempenho (supercomputadores) em centros de pesquisa.

Para reduzir o custo computacional, diversas abordagens foram propostas com a estratégia de se incluir os efeitos dos vórtices turbulentos nas equações sem, necessariamente, considerá-los no campo de velocidades calculado. Uma dessas abordagens é a simulação de grandes escalas de turbulência (LES - *Large Eddy Simulation*), que calcula uma média espacial das equações de Navier-Stokes, solucionando apenas os vórtices de maior escala. Então, os vórtices com escalas inferiores às células da malha são modelados pela inclusão do efeito que

a dissipação de energia causa, o que é implementado por expressões semi-empíricas. O LES proporciona uma significativa redução de custo computacional em relação ao DNS, porém, ainda é muito “caro” para maioria das aplicações práticas.

3.3.2.1 Equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (RANS)

Para simplificar ainda mais o problema, faz-se necessário analisar em detalhe a natureza oscilatória dos escoamentos turbulentos. Observações experimentais mostram que as grandezas físicas inerentes ao fenômeno (e. g. pressão e componentes da velocidade em x , y e z) tendem a flutuar em torno de um valor médio para um determinado período de tempo (WHITE, 2010; WROBEL et al., 1989), conforme ilustrado na Figura 16.

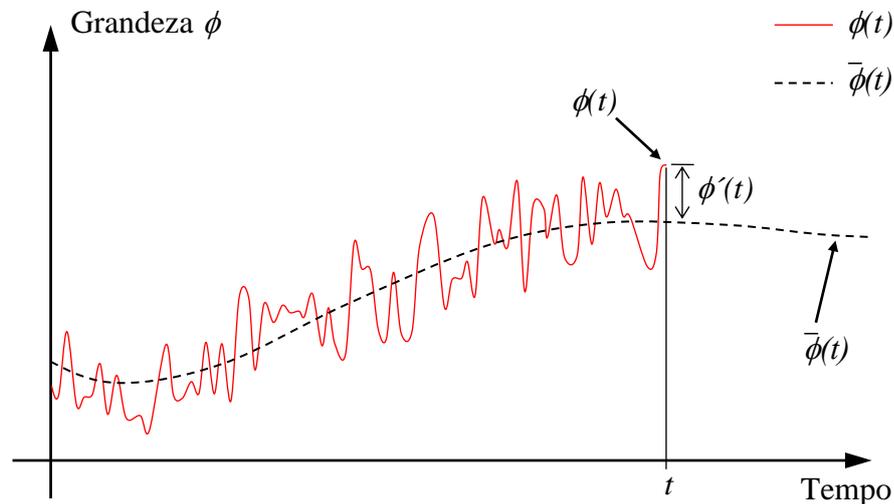


Figura 16: Flutuação turbulenta de uma grandeza ϕ (e.g. pressão e velocidade) ao longo do tempo

Em problemas de engenharia, essas flutuações são, relativamente, pequenas e não fazem parte dos resultados desejados, apenas sua influência no escoamento como um todo e o seu valor médio. Então, o valor de uma grandeza ϕ num instante qualquer pode ser definido por

$$\phi(t) = \bar{\phi}(t) + \phi'(t), \quad (88)$$

onde ϕ' é a flutuação em relação à média $\bar{\phi}$, calculada por

$$\bar{\phi}(t) = \frac{1}{\Delta t} \int_t^{t+\Delta t} \phi dt, \quad (89)$$

sendo Δt o intervalo temporal da média. Seu valor é considerado como grande o suficiente em comparação ao período das flutuações turbulentas, porém pequeno em relação à variação do valor médio ao longo do tempo.

Integrando-se a Equação da Continuidade (84) e de Navier-Stokes (87) de maneira análoga, observando-se que a média das flutuações, por definição, será nula ($\overline{\phi'}=0$), deduz-se as equações

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (90)$$

e

$$\rho g_i - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\mu \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \rho \overline{u'_i u'_j} \right) = \rho \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right), \quad (91)$$

conhecidas como as equações de Navier-Stokes com média de Reynolds (RANS - *Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Com a transformação realizada, o sistema de equações agora possui mais incógnitas, tornando-se indeterminado. As incógnitas adicionais devem-se ao termo $\rho \overline{u'_i u'_j}$, que tem unidade de tensão e é chamado de tensor de Reynolds:

$$\tau_{ij} = \rho \overline{u'_i u'_j}, \quad (92)$$

que por ser simétrico ($\tau_{ij}=\tau_{ji}$) possui, de fato, 6 termos. Portanto, para solucionar o sistema composto pelas Equações (90) e (91) seriam necessárias, em princípio, mais 6 equações escalares, ou 2 equações vetoriais (com componentes x , y e z , cada uma). Esta conclusão matemática é compatível com o princípio físico de que os efeitos das flutuações turbulentas extraídos da Equação (87) devem ser, de alguma forma, reinseridos no sistema.

Uma aproximação amplamente adotada para a determinação do tensor de Reynolds é o conceito de viscosidade turbulenta (*eddy viscosity*) de Boussinesq⁷ (μ_T) que relaciona τ_{ij} com o tensor da taxa de cisalhamento do escoamento médio \bar{s}_{ij} . A viscosidade turbulenta μ_T depende do escoamento e pode variar no espaço e no tempo, ao contrário da viscosidade molecular μ , que é uma propriedade intrínseca do fluido, constante para fluidos newtonianos.

A maneira de se calcular μ_T é o que distingue os diversos modelos de turbulência disponíveis. Os modelos algébricos, também chamados de zero equação, fazem uma analogia

⁷ Joseph Valentin Boussinesq foi um matemático e físico francês que, entre outras contribuições significativas para o estudo da hidrodinâmica, propôs uma relação entre tensões turbulentas e o escoamento médio, através de um coeficiente chamado, posteriormente, de viscosidade turbulenta (SCHMITT, 2007).

entre vórtices turbulentos e moléculas de gases e, com base na Teoria Cinética dos Gases, calcula μ_T a partir do que seria equivalente ao caminho médio das moléculas, chamado de “comprimento de mistura” (l_m). Este comprimento está relacionado com o tamanho dos vórtices característicos do escoamento e, conseqüentemente, varia de acordo com o tipo de geometria. Próximo a paredes, por exemplo, l_m é calculado com auxílio de equações semi-empíricas que fornecem a velocidade na camada limite. Por não considerar a energia turbulenta e depender do valor de l_m para casos específicos, o modelo zero equação tem aplicabilidade bastante limitada.

Na sequência evolutiva, estão os modelos de uma equação que contemplam a energia cinética turbulenta k e a sua advecção e difusão pelo domínio, resolvendo uma equação de transporte específica. A grandeza k é definida por

$$k = \frac{1}{2} \overline{u'_i u'_i} = \frac{1}{2} (\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}) . \quad (93)$$

A hipótese de Boussinesq ainda é admitida como válida e o tensor de Reynolds é calculado por

$$\begin{cases} \tau_{ij} = \mu_T \bar{s}_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \\ \bar{s}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \end{cases} , \quad (94)$$

onde \bar{s}_{ij} é o tensor da taxa de cisalhamento do escoamento médio, δ_{ij} é o delta de Kronecker e μ_T é calculado por

$$\mu_T = \rho \sqrt{k} \ell , \quad (95)$$

sendo ℓ o comprimento turbulento característico. Sem uma equação específica para ℓ , este deve ser calculado através de equações algébricas que o relacione com o escoamento médio, de maneira semelhante ao que é feito com l_m no método de zero equação. Conseqüentemente, os modelos de uma equação são considerados incompletos e acabam repetindo algumas das mesmas falhas.

3.3.2.2 Modelo de turbulência k - ω

Os modelos de turbulência com duas equações incluem o transporte da energia cinética turbulenta k e, adicionalmente, do comprimento turbulento característico ℓ ou outra grandeza

equivalente. Por isso, são chamados de modelos completos, estabelecendo-se como os mais utilizados para aplicações CFD em geral. Os modelos de duas equações mais conhecidos são: $k-\varepsilon$ e $k-\omega$. No primeiro, a equação de transporte adicional (além de k) soluciona a dissipação da energia cinética turbulenta por unidade de massa, ε . Apesar de ser um modelo bastante difundido e preferido para aplicações em geral, apresenta falhas ao prever escoamentos com elevados gradientes de velocidade, o que ocorre em VIV.

Para o tipo de aplicação em questão, diversas publicações na literatura reportaram que o modelo $k-\omega$ apresenta melhores resultados. Nesse caso, a grandeza referente à segunda equação é a taxa específica de dissipação da energia cinética turbulenta, $\omega \propto \varepsilon/k$. Este foi o primeiro modelo de duas equações proposto (KOLMOGOROV, 1942), que definiu a relação de ω com o comprimento característico de turbulência por $\omega \propto \sqrt{k}/\ell$. Desde então, o referido modelo sofreu diversas melhorias e a versão utilizada atualmente foi adaptada por Wilcox (1988).

O transporte da energia cinética turbulenta k é equacionado por

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma^* \mu_T) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right], \quad (96)$$

onde τ_{ij} e μ_T são calculados pelas Equações (94) e (95), respectivamente; β^* e σ^* são constantes empíricas (Tabela 4); e o transporte de ω é equacionado por

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \alpha \frac{\omega}{k} \tau_{ij} \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} - \beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\mu + \sigma \mu_T) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right], \quad (97)$$

sendo α , β e σ também constantes empíricas (Tabela 4).

Tabela 4: Constantes empíricas do modelo $k-\omega$. Fonte: (WILCOX, 1993)

Símbolo	Valor	Símbolo	Valor
α	5/9	σ	1/2
β	3/40	σ^*	1/2
β^*	9/100		

Para se obter o campo de escoamento $\vec{V}(x, y, z, t)$, portanto, basta solucionar o sistema formado pelas Equações (90), (91), (96) e (97). Tratam-se de EDPs de 2ª ordem e não linear, num sistema que não possui solução analítica. Portanto, faz-se necessário a utilização de método numérico que será apresentado na próxima seção.

3.3.2.3 Condições de contorno e camada limite

Quanto às condições de contorno, estas são divididas, basicamente, em: entradas, saídas e paredes. As entradas e saídas de escoamento podem ser definidas pelo valor da pressão ou velocidade. Um problema tipicamente bem definido será aquele em que a entrada é estabelecida pela velocidade normal à superfície e a saída pela pressão. Quanto às grandezas relacionadas à turbulência (k e ω), seus valores devem ser estipulados nas entradas, caracterizando a sua intensidade no escoamento que entra no domínio. Nas saídas, normalmente, são aplicados gradientes nulos na direção normal à superfície. Por isso, é importante que a região onde os resultados são de interesse esteja, suficientemente, afastada das entradas e saídas do domínio considerado.

A região próxima aos contornos do domínio (paredes) demanda uma atenção especial, pois nela ocorre um gradiente intenso de velocidade, onde ela varia de zero (velocidade da parede) até a velocidade do escoamento mais afastado, u_∞ .

Conforme ilustrado na Figura 17, a espessura da camada limite é comumente arbitrada como a distância da parede até o ponto em que a velocidade corresponde a 99% da velocidade do escoamento livre (LIENHARD IV; LIENHARD V, 2016, p. 272). O perfil de velocidade próximo à parede é importante para: perda de carga, descolamento de corrente, efeitos de cisalhamento e recirculação.

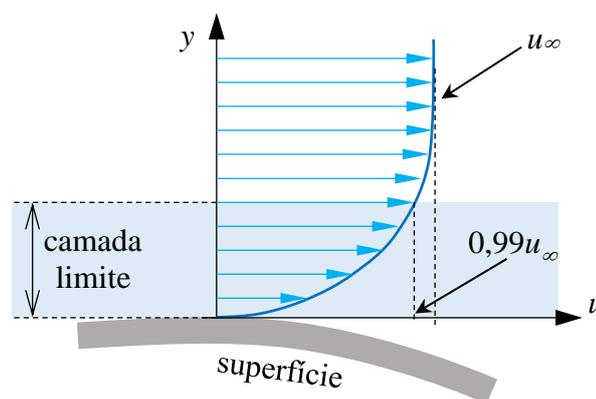


Figura 17: Espessura da camada limite

Para auxiliar o estudo da camada limite dois adimensionais são adotados: um referente à distância até a parede y , e outro com a componente tangencial da velocidade u . O primeiro é calculado por

$$y^+ = \frac{y u^*}{\nu}, \quad (98)$$

onde $\nu = \mu/\rho$ é a viscosidade cinemática e u^* é calculado por

$$u^* = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}, \quad (99)$$

sendo τ_w a tensão viscosa (cisalhante) na superfície da parede. A grandeza u^* é então chamada de velocidade de atrito, por estar diretamente relacionada com o “atrito” com a parede (τ_w) e ter unidade de comprimento por tempo. O adimensional relacionado com a velocidade é definido por

$$u^+ = \frac{u}{u^*}. \quad (100)$$

Por motivos geométricos, o escoamento muito próximo à parede é laminar, condição na qual pode-se provar matematicamente pela equação de Navier Stokes (87) que $u^+ = y^+$, relação chamada de lei interna de parede. Observações experimentais mostram que isso é válido até cerca de $y^+ = 5$, região denominada então de subcamada viscosa laminar. Para $y^+ > 30$ o perfil de velocidades passa a obedecer a “lei logarítmica da camada intermediária” (WHITE, 2010, p. 364):

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + B, \quad (101)$$

onde κ e B são constantes empíricas iguais, aproximadamente, a 0,41 e 5,0, respectivamente. Entre as regiões da subcamada viscosa e a camada intermediária, há uma região de transição (Figura 18).

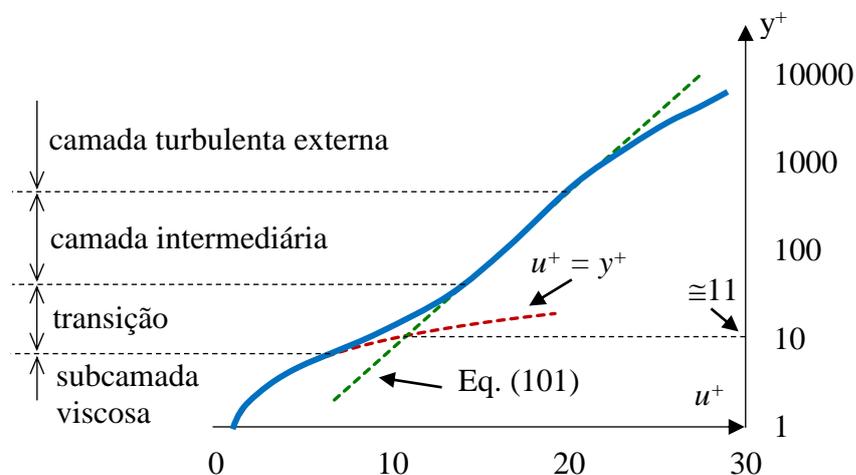


Figura 18: Distribuição de velocidades próximas à parede

Normalmente, os modelos de turbulência desprezam a subcamada viscosa, por ser muito pequena em relação ao restante da camada limite, e utilizam funções de parede (Figura 19), baseadas na Equação (101), para determinar a velocidade e as grandezas de turbulência (k e ω) em toda a faixa próxima à parede. Nesse caso, o posicionamento dos primeiros nós fora da parede devem estar entre $30 < y_1^+ < 300$, para garantir que recaiam na região onde a função de parede tem boa precisão. Este procedimento possibilita uma discretização menos refinada junto à parede, proporcionando uma substancial economia de custo computacional, sendo aplicado, no presente estudo, para superfície correspondente ao fundo do mar.

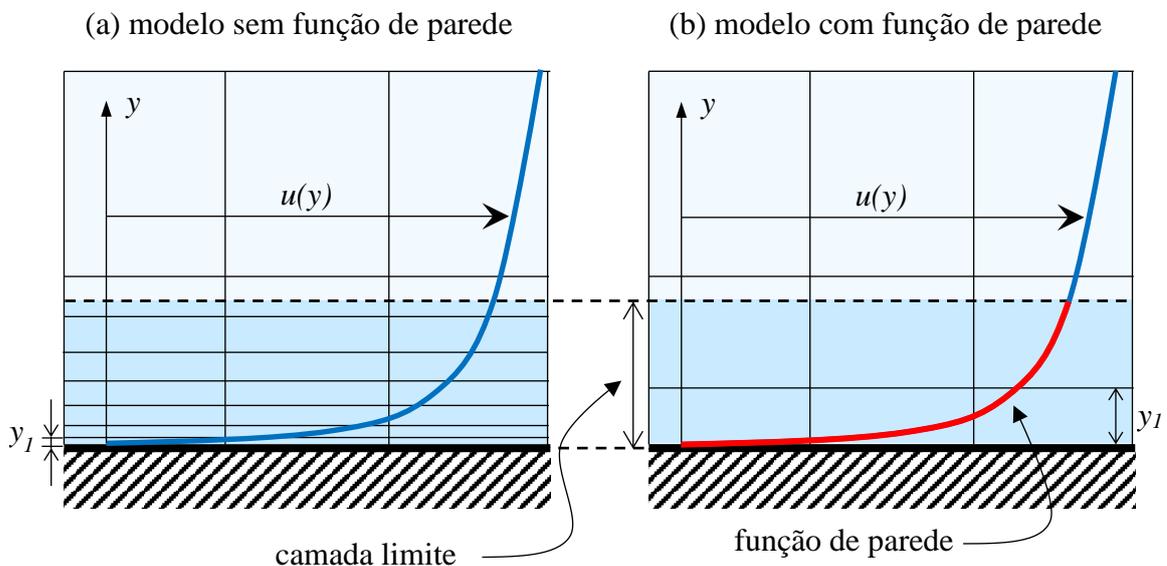


Figura 19: Modelagem do contorno sem (a) e com (b) função de parede

Para a superfície correspondente à parede externa do tubo, no entanto, esta simplificação não pode ser adotada, pois o desprendimento dos vórtices se origina na camada limite e, conseqüentemente, é necessário que o campo de velocidades seja devidamente calculado nessa região. Portanto, a malha próxima ao tubo deve ter um refinamento adequado. Na região da subcamada viscosa, onde o escoamento é, majoritariamente, laminar, a solução do modelo $k-\omega$ pode ser simplificada, o que é chamado de método “*Low-Reynolds-Number*”, tomando-se em conta as particularidades de um escoamento com Re baixo. Para que essa validade seja garantida, as distâncias dos primeiros nós fora da superfície devem ser correspondentes a $y_1^+ < 2$ e a expansão deve ser gradual, com um mínimo de 10 nós inseridos na camada limite (“ANSYS Help v17”, 2016).

3.3.3 Método dos Volumes Finitos (MVF)

O método de solucionar, numericamente, o sistema formado pelas equações (90), (91), (96) e (97) varia, substancialmente, de um *software* para outro. Para o presente estudo, foi utilizado o ANSYS CFX v17, na simulação CFD, em interação com o ANSYS Mechanical v17, na simulação estrutural. Portanto, nesta seção serão descritos os procedimentos adotados pelo *software* citado.

Há diversos métodos que podem ser aplicados, entre eles: Método dos Elementos Finitos (MEF), Método das Diferenças Finitas (MDF) e o Método dos Volumes Finitos (MVF). No entanto, este último é o mais eficiente para CFD, pois a forma como é equacionado impõe o princípio de conservação para cada uma das grandezas.

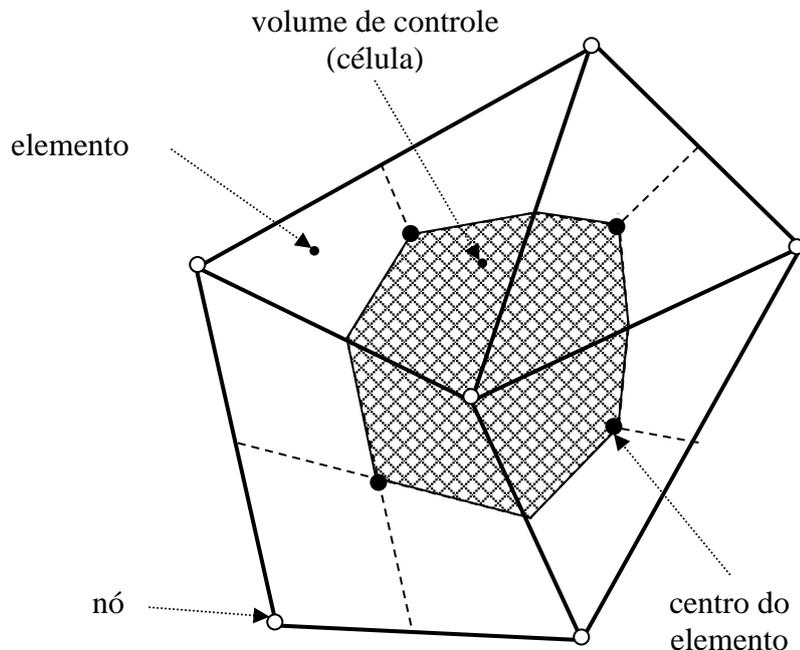


Figura 20: Volume de controle e elementos

As equações referentes ao modelo de turbulência $k-\omega$, citadas na seção 3.3.2, podem ser generalizadas por

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\phi) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j \phi) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) + S_\phi, \quad (102)$$

onde ϕ pode ser qualquer uma das grandezas (massa; velocidade em x , y , e z ; k e ω). A segunda parcela do lado esquerdo corresponde à advecção, enquanto no lado direito estão a parcela de

difusão, com coeficiente Γ_ϕ , e uma fonte S_ϕ . O primeiro passo consiste em discretizar (dividir) o domínio contínuo em elementos, cujos nós (vértices) irão armazenar as variáveis do problema. O volume de controle (VC), ou célula, é definido pelas linhas que ligam o centroide de cada elemento aos pontos médios de suas arestas (Figura 20).

A integração da Equação (102), ao longo de um VC qualquer \mathcal{V} , resultará em:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathcal{V}} \rho \phi dV + \int_A \rho u_j \phi n_j dA = \int_A \Gamma_\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) n_j dA + \int_{\mathcal{V}} S_\phi dV, \quad (103)$$

onde A é a superfície de integração e n_j as componentes do vetor normal à superfície de entrada ou saída de \mathcal{V} . As integrais de volume correspondem aos termos fonte ou acumuladores, enquanto as integrais de superfície representam os fluxos pelas entradas ou saídas.

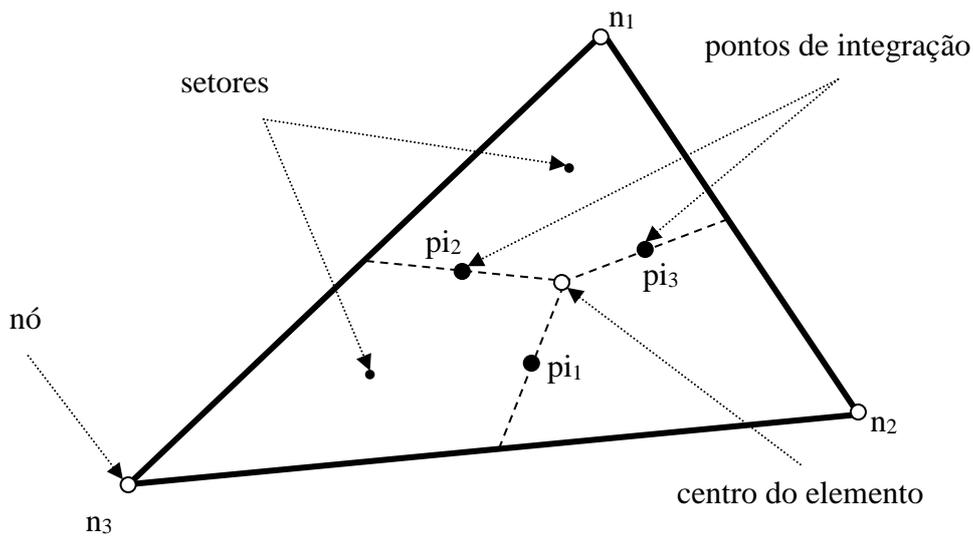


Figura 21: Elemento da malha, seus vértices (nós), setores e pontos de integração numérica

Para simplificação do cálculo, as integrais de superfície são discretizadas em pontos de integração p_i , ilustrados na Figura 21, e considera-se um valor médio representativo para o termo fonte ao longo do interior de cada volume. Então, a Equação (103) reduz-se a

$$\left(\frac{\rho \phi - \rho^0 \phi^0}{\Delta t} \right) \mathcal{V} + \sum_{p_i} \dot{m}_{p_i} \phi = \sum_{p_i} \left(\Gamma_\phi \frac{\partial \phi}{\partial x_j} \Delta n_j \right)_{p_i} + \bar{S}_\phi \mathcal{V}, \quad (104)$$

onde ϕ_f é o valor da grandeza ϕ advectada pela face f e \dot{m}_{p_i} é a vazão mássica que atravessa a área que o ponto de integração p_i representa, calculada por

$$\dot{m} = (\rho u_j \Delta n_j)_{pi}, \quad (105)$$

Δt é o passo de tempo numérico e Δn_j é o vetor de superfície normal discreto. O índice sobrescrito 0, presente na primeira parcela, indica o valor referente ao passo de tempo anterior. No presente estudo, foi utilizado um esquema de primeira ordem regressivo para a marcha no tempo.

A primeira parcela da Equação (104) diz respeito à discretização temporal para o esquema regressivo de Euler de 1ª ordem. Por uma solução mais precisa, pode-se optar pelo esquema regressivo de Euler de 2ª ordem, que substitui a referida parcela por

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV \cong V \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2} \rho \phi - 2\rho^0 \phi^0 + \frac{1}{2} \rho^{00} \phi^{00} \right), \quad (106)$$

onde o índice 00 denota o valor calculado no penúltimo passo de tempo.

Ressalta-se que as integrais de superfície, definidas pelos pontos de integração, terão mesmo valor em módulo e sinais contrários para VCs adjacentes, garantindo que as equações resultantes sejam, localmente, conservativas, ou seja, mantenham o valor total da grandeza ϕ .

3.3.3.1 Funções de forma

Conforme citado anteriormente, os valores das variáveis são armazenados apenas nos nós da malha. Porém, para calcular as integrais de volume e de superfície presentes na Equação (103), é necessário calcular-se os valores das grandezas no interior dos elementos, o que é feito por funções de interpolação, chamadas de funções de forma, assim como no MEF:

$$\phi(x,y,z) = \sum_{i=1}^{N_{nos}} N_i(x,y,z) \phi_i, \quad (107)$$

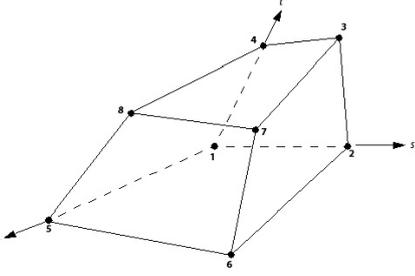
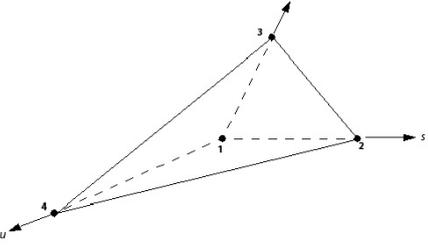
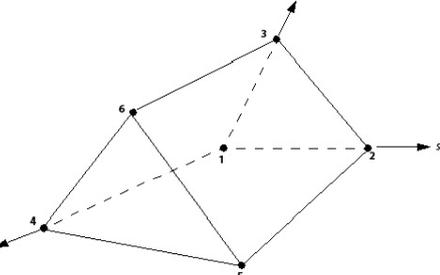
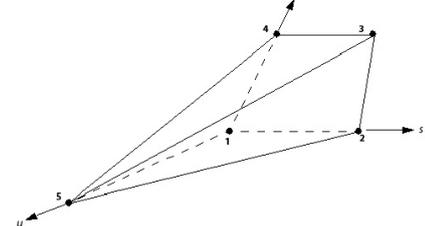
onde, N_{nos} é o número de nós, ϕ_i é o valor da variável no nó i e N_i é a função de forma definida com as propriedades:

$$\sum_{i=1}^{N_{nos}} N_i = 1 \quad (108)$$

e

$$\begin{cases} N_i(x_j, y_j, z_j) = 0; & \text{se } i \neq j \\ N_i(x_j, y_j, z_j) = 1; & \text{se } i = j \end{cases} \quad (109)$$

As funções de forma variam com a geometria do elemento. Os tipos de elementos disponibilizados pelo ANSYS CFX utilizado e suas respectivas funções de forma são listados no Quadro 5.

Tipo de elemento	Geometria	Funções de forma
Hexaédrico		$\begin{cases} N_1(s,t,u) = (1-s)(1-t)(1-u) \\ N_2(s,t,u) = s(1-t)(1-u) \\ N_3(s,t,u) = st(1-u) \\ N_4(s,t,u) = (1-s)t(1-u) \\ N_5(s,t,u) = (1-s)(1-t)u \\ N_6(s,t,u) = s(1-t)u \\ N_7(s,t,u) = stu \\ N_8(s,t,u) = (1-s)tu \end{cases}$
Tetraédrico		$\begin{cases} N_1(s,t,u) = 1-s-t-u \\ N_2(s,t,u) = s \\ N_3(s,t,u) = t \\ N_4(s,t,u) = u \end{cases}$
Prismático		$\begin{cases} N_1(s,t,u) = (1-s-t)(1-u) \\ N_2(s,t,u) = s(1-u) \\ N_3(s,t,u) = t(1-u) \\ N_4(s,t,u) = (1-s-t)u \\ N_5(s,t,u) = su \\ N_6(s,t,u) = tu \end{cases}$
Piramidal		$\begin{cases} N_1(s,t,u) = (1-s)(1-t)(1-u) \\ N_2(s,t,u) = s(1-t)(1-u) \\ N_3(s,t,u) = st(1-u) \\ N_4(s,t,u) = (1-s)t(1-u) \\ N_5(s,t,u) = u \end{cases}$

Quadro 5: Tipos de elementos e suas funções de forma. Fonte: (“ANSYS Help v17”, 2016).

3.3.3.2 Esquema advectivo

Para o cálculo do termo advectivo da Equação (103), diferentes esquemas podem ser adotados. Conforme observado em experimentos, a advecção das grandezas transportadas

ocorre no sentido do escoamento. Portanto, uma estratégia apropriada é calcular o valor da grandeza ϕ_{pi} no ponto de integração com base no valor dessa grandeza na célula à montante (*upstream*), ϕ_{up} , pela equação:

$$\phi_{pi} = \phi_{up} + \beta \nabla \phi \cdot \Delta \vec{r}. \quad (110)$$

Esta abordagem exige um algoritmo específico para detectar as células à montante de cada p_i com base no campo de escoamento em cada passo de tempo. Se $\beta = 0$, tem-se a simplificação $\phi_{pi} = \phi_{up}$, denominada “*Upwind* de Primeira Ordem”, que economiza o tempo computacional necessário para o cálculo da última parcela da Equação (110). Se $\beta = 1$, o esquema é chamado de “central de segunda ordem” e os resultados tendem a ser mais precisos. O ANSYS CFX utiliza um esquema chamado “*high resolution scheme*”, proposto por Barth e Jespersen (1989), para cálculo de β o mais próximo possível de um, sem que um novo valor extremo seja introduzido. O gradiente $\vec{\nabla} \phi$ é calculado, com base no teorema da divergência de Gauss, por:

$$\nabla \phi = \frac{1}{V} \sum_{pi} (\phi \Delta \vec{n})_{pi}, \quad (111)$$

onde $\Delta \vec{n}_{pi}$ é o vetor normal à superfície, partindo do ponto de integração p_i e com sentido para fora da célula.

3.3.3.3 Acoplamento pressão-velocidade

Para evitar um sistema de equações com dimensões exorbitantes, as Equações (90), (91), (96) e (97) são resolvidas separadamente, atualizando seus coeficientes em diversas iterações, até que a convergência seja alcançada. Em escoamentos incompressíveis, não há uma equação específica para o cálculo da pressão (relação de estado) e sua influência aparece apenas através do seu gradiente em x , y e z nas respectivas componentes da Equação (91). Portanto, num determinado passo de tempo em que o campo de velocidades é calculado, os gradientes nas três direções devem ser combinados para a obtenção da pressão, de alguma forma que mantenha válida a equação da continuidade (MALISKA, 2004).

Além disso, o ANSYS CFX adota o arranjo co-localizado, que, ao contrário do arranjo descontraído, significa armazenar todas as variáveis no centro do VC. Este procedimento simplificado facilita a implementação do algoritmo, porém, ao manter as pressões, cujos

gradientes são causadores do escoamento, armazenadas nos mesmos pontos das velocidades contribui para o desacoplamento entre essas grandezas.

O acoplamento adotado se baseia na aplicação da equação do momentum para a advecção em cada ponto de integração p_i , o que resulta numa correção de suas velocidades definida por (“ANSYS Help v17”, 2016):

$$\bar{u}_{i,ip} = \hat{u}_{i,ip} + f_{pi} \left(\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} \Big|_{pi} - \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} \Big|_{pi} \right) - \frac{\rho}{\Delta t} f_{pi} (\bar{u}_{i,pi}^0 - \hat{u}_{i,pi}^0), \quad (112)$$

onde o acento circunflexo indica a média entre valores de vértices adjacentes, o índice sobrescrito ⁰ indica o valor no passo de tempo anterior e f_{pi} é calculado por

$$f_{pi} = \frac{V_{pi}}{\alpha - \frac{\rho V_{pi}}{\Delta t}}, \quad (113)$$

sendo α a aproximação para o coeficiente central da equação do *momentum*.

3.3.3.4 Sistema de Equações Lineares

Após aplicar-se a Equação (104) em todos os elementos da malha, obtém-se, para cada grandeza, um sistema de equações não lineares, pois possuem coeficientes que dependem da incógnita no centro do VC e no dos vizinhos. A equação é então linearizada por

$$a_i^P \phi_i^{c0} = \sum_{vz_i} a_i^{vz} \phi_i^{vz} + b_i, \quad (114)$$

onde a_i^P e a_i^{vz} são os coeficientes do i -ésimo VC e seus vizinhos, respectivamente, obtidos com base nos valores das incógnitas calculadas na iteração anterior. Aplicando-se a Equação (114) em todos os VCs, obtém-se um sistema de equações,

$$[A][\phi] = [b], \quad (115)$$

cuja solução fornece os valores de ϕ a serem utilizados na próxima iteração. O processo é repetido até que o resíduo relativo

$$R_\phi = \frac{\sum_{i=1}^{N_{VC}} \left(\sum_{vz_i} a_i^{vz} \phi_i^{vz} + b_i - a_i^P \phi_i^{c0} \right)}{\sum_{i=1}^{N_{VC}} a_i^P \phi_i^{c0}} \quad (116)$$

seja menor que um valor pré-estabelecido, usualmente 10^{-4} , para cada uma das grandezas.

Devido ao cálculo segregado das diferentes equações envolvidas, o cálculo computacional da solução torna-se facilmente paralelizável, onde diferentes processadores de uma mesma máquina são utilizados simultaneamente. Outra consequência é a elevada escalabilidade, que relaciona o ganho de velocidade com o número de processos simultâneos.

3.3.4 Interação Fluido-Estrutura

A interação entre um domínio fluido e outro sólido ocorre em diversas áreas da engenharia. Porém, somente na última década, os métodos numéricos e os recursos computacionais evoluíram ao ponto de viabilizar a implementação de modelos computacionais que considerem os efeitos dessa interação para ambos os domínios, chamados então de modelos com FSI (*fluid-structure interaction*). No objeto de estudo do presente trabalho, é intensa a interação entre a água (fluido) escoando ao redor dos dutos submarinos (estrutura) vibrando em vãos livres, evidenciando a importância de análises FSI, neste caso, para simulação de VIV.

Devido à grande diferença de comportamento mecânico entre fluidos e sólidos, também são diferentes as abordagens adotadas para cada um, assim como as grandezas físicas de interesse. Para os fluidos, normalmente, é considerada a abordagem Euleriana, que referencia as equações no espaço, quantificando a massa fluida que o atravessa. Na análise dos sólidos, por sua vez, a abordagem mais adequada é a Lagrangeana, cujo referencial adotado é a matéria, equacionando-se então os deslocamentos de cada ponto do domínio.

Quanto às variáveis equacionadas, num domínio fluido em regime dinâmico, são calculadas as velocidades e pressões, enquanto a análise de estruturas tem como incógnitas os deslocamentos que, por sua vez, estão diretamente relacionados às tensões e forças.

Devido às divergências inerentes à análise de fluidos e sólidos, torna-se muito difícil o desenvolvimento de um método que calcule ambos os domínios de maneira totalmente acoplada. Portanto, a alternativa mais utilizada consiste em se modelar fluido e sólido separadamente, cada um com seus métodos já consolidados e criar uma interface de “mão dupla” entre os algoritmos de cada domínio que permita a troca de informações mínimas necessárias entre as malhas.

As pressões e tensões viscosas resultantes do domínio fluido calculadas pelo MVF são integradas ao longo da superfície de interface e transmitidas como forças para a estrutura. Então, o problema é resolvido estruturalmente, calculando-se os deslocamentos pelo MEF que são

transmitidos de volta para a malha do domínio fluido (Figura 22). Este processo é repetido até que seja atingida a precisão desejada.

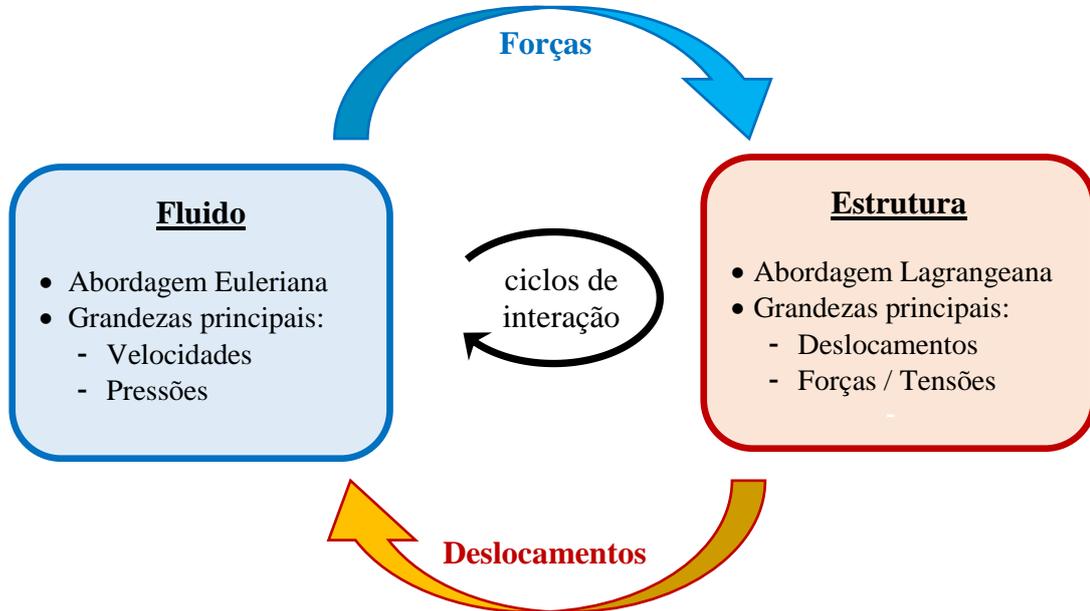


Figura 22: Ciclos iterativos de interação entre fluido e estrutura

O deslocamento que ocorre na interface fluido-estrutura é, naturalmente, propagado pela malha estrutural, pois faz parte das considerações feitas pela abordagem Lagrangeana. No domínio fluido, por outro lado, este deslocamento deve ser imposto à sua malha, o que é feito pela equação da difusão

$$\nabla(\Gamma_{dest} \nabla \delta) = 0, \quad (117)$$

onde δ é o deslocamento calculado para cada nó e Γ_{dest} é a “rigidez” da malha, devendo ser previamente definida para todo o domínio de acordo com a tolerância à deformação de cada região. Quanto maior o valor de Γ_{dest} em uma determinada região, menor será a sua deformação e vice-versa.

Devido ao deslocamento dos elementos da malha e, conseqüentemente, dos centros de armazenamento das grandezas físicas, a Equação (103) deverá ser ajustada para considerar a velocidade w do VC, assim como a alteração de sua geometria, tornando-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho \phi dV + \int_A \rho (u_j - w_j) \phi n_j dA = \int_A \Gamma_\phi \left(\frac{\partial \phi}{\partial x_j} \right) n_j dA + \int_{V(t)} S_\phi dV, \quad (118)$$

onde é constatada a dependência do VC em relação ao tempo.

3.3.4.1 Sistema massa-mola-amortecedor

Em simulações CFD com FSI que simulam VIV em domínio bidimensional, o domínio estrutural é caracterizado por um sistema massa-mola-amortecedor (Figura 23).

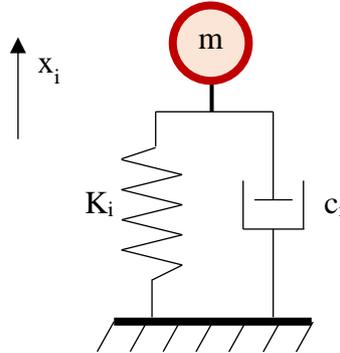


Figura 23: Sistema massa-mola-amortecedor

Este sistema é descrito pela equação

$$m \ddot{x}_i + c_i \dot{x}_i + K_i x_i = F_i, \quad (119)$$

onde m é a massa do cilindro, x_i é o deslocamento na direção i , t é o tempo, c_i é o coeficiente de amortecimento, K_i é a rigidez da mola e F_i é a força externa, que no caso em questão corresponde à força exercida pelo fluido no tubo.

Para um sistema linear, ou seja, K constante, a frequência natural de vibração é dada por

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{m}}. \quad (120)$$

De acordo com o valor da razão de amortecimento ζ , calculada por

$$\zeta = \frac{c}{2m\omega_0} = \frac{c}{4\pi m f_0}, \quad (121)$$

algumas vezes representado pelo decremento logarítmico

$$\delta_\ell = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}, \quad (122)$$

o sistema pode ser classificado como subamortecido ($0 < \zeta < 1$), criticamente amortecido ($\zeta = 1$) e superamortecido ($\zeta > 1$). A frequência natural amortecida é calculada por

$$f_d = f_0 \sqrt{1-\zeta^2}, \quad (123)$$

porém, para problemas envolvendo dutos em vão livre, $\zeta \lll 1$ e, conseqüentemente,

$$f_d \cong f_0. \quad (124)$$

Ferramentas baseadas no MEF utilizam, normalmente, o MDF para cálculo do avanço no tempo, o que para um simples sistema massa-mola-amortecedor equivale a resolver diretamente a Equação (119) pelo MDF. Utilizando-se as diferenças regressivas para primeira e segunda derivada:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= \frac{x_i(t) - x_i(t - \Delta t)}{\Delta t} \\ \ddot{x}_i &= \frac{x_i(t) - 2x_i(t - \Delta t) + x_i(t - 2\Delta t)}{\Delta t^2}, \end{aligned} \quad (125)$$

na Equação (119), obtém-se

$$x_i(t) = \frac{(2m + c_i \Delta t)x_i(t - \Delta t) - m x_i(t - 2\Delta t) + F_i \Delta t^2}{m + c_i \Delta t + K_i \Delta t^2}, \quad (126)$$

que fornece o deslocamento no tempo atual $x_i(t)$ a partir dos parâmetros do sistema, das posições anteriores e da força externa. Portanto, a Equação (126) é, perfeitamente, aplicável no modelo de FSI apresentado na Figura 22.

4 METODOLOGIAS PROPOSTAS

Neste capítulo, serão propostas metodologias que, em complemento àquelas descritas no capítulo 3, tem o intuito de prover ferramentas para o dimensionamento de vãos livres de dutos submarinos, tendo em vista as dificuldades mencionadas na seção 1.2, ou tornar as práticas atuais menos conservadoras.

A metodologia apresentada na seção 4.1 diz respeito à análise estática de vãos livres e serve como uma ferramenta complementar à DNV-RP-F105, permitindo uma análise estrutural prática sem o uso de recursos computacionais mais sofisticados como o MEF. Na seção 4.2, é proposto um método como substituto ao fornecido pela referida norma para a previsão da resposta de VIV, através de um modelo CFD bidimensional eficiente e equivalente ao fenômeno tridimensional.

4.1 EQUAÇÃO PARA CÁLCULO DA FORÇA EFETIVA EM VÃOS LIVRES

Conforme citado na seção 3.2, a norma DNV-RP-F105 oferece equações para o cálculo da flecha (δ) e momento (M_{max}) máximos de um vão livre em condições de carregamento estático, Equações (76) e (72), além de uma equação para a primeira frequência natural f_{n1} , Equação (77). No entanto, estas equações dependem, *a priori*, do valor da força axial efetiva (S_{eff}), enquanto a referida norma não apresenta uma forma de cálculo direto e preciso para seu valor, sugerindo que seja utilizada uma análise por elementos finitos (FEA - *Finite Element Analysis*).

Para manter a facilidade do cálculo provida pelas equações citadas, em alguns casos, os engenheiros estimam o valor de S_{eff} pela fórmula que considera o duto totalmente restrito (Equação (71)), o que é, por exemplo, considerado pela planilha eletrônica FatFree, da própria DNV. Porém, o deslocamento vertical induz, como efeito de segunda ordem, a distensão axial do duto, que, por sua vez, provoca um aumento da força axial (Figura 24).



Figura 24: Força axial em vão livre na posição indeformada e de equilíbrio

A posição indeformada, representada na Figura 24 pela linha pontilhada, está relacionada com a força axial efetiva S_0 , que poderá ter valor negativo, por efeito da pressão interna e aumento da temperatura, de acordo com a Equação (71). Após a deformação vertical (na posição de equilíbrio), para vãos suficientemente longos, o valor de equilíbrio (S_{eff}) será positivo. Observa-se, então, que o valor de S_0 será, potencialmente, muito diferente de S_{eff} , posto que a consideração da Equação (71) para o cálculo de S_{eff} pode introduzir erros significativos, principalmente, para vãos longos.

Por outro lado, a aplicação de FEA para obtenção do valor de S_{eff} a ser utilizado nas fórmulas simplificadas da DNV-RP-F105 para δ , M_{max} e f_{n1} torna-se um contra-senso, uma vez que o cálculo por MEF já fornece essas grandezas desejadas, além de exigir ferramentas de FEA, impossibilitando uma análise rápida e simples, mesmo para avaliações preliminares em fases iniciais dos projetos.

Com o intuito de manter uma opção simples e confiável para a análise estrutural estática de vãos livres, neste trabalho, foi desenvolvida uma formulação aproximada para obtenção de S_{eff} nas condições práticas de dutos submarinos, considerando-se o efeito de segunda ordem.

4.1.1 Cálculo da deformação axial pós-flambagem

Primeiramente, deve-se conhecer a formulação que fornece o aumento da deformação axial por efeito de flambagem.

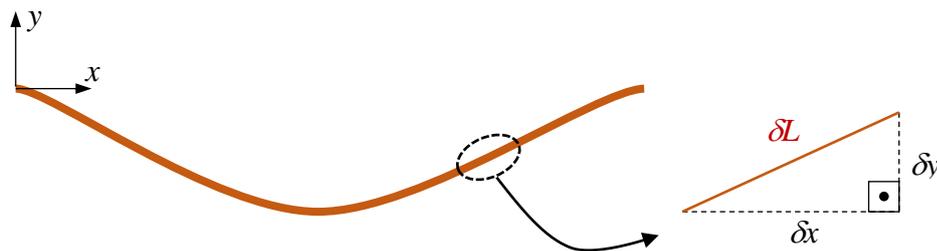


Figura 25: Análise de segmento infinitesimal para cálculo do comprimento

A aplicação do teorema de Pitágoras no triângulo formado por um segmento infinitesimal e suas projeções em x e y (Figura 25) resulta em:

$$\delta L = \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2} . \quad (127)$$

Considerando-se que, na posição inicial, o tubo esteja completamente na horizontal, a variação de comprimento $\Delta\delta L$ do segmento infinitesimal da Figura 25 é calculada por

$$\Delta\delta L = \sqrt{(\delta x)^2 + (\delta y)^2} - \delta x, \quad (128)$$

Que, dividido por δx , será

$$\Delta \frac{dL}{dx} = \sqrt{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2} - 1 = \sqrt{1 + (v')^2} - 1, \quad (129)$$

onde $v(x)$ é a função da flecha (deslocamento vertical do tubo) ao longo do eixo x . Então, o valor desejado pode ser obtido pela integração

$$\Delta L = \int_0^L \left[\sqrt{1 + (v')^2} - 1 \right] dx. \quad (130)$$

O cálculo do aumento de comprimento ΔL pela Equação (130) dificulta o equacionamento do problema em questão. Uma simplificação pode ser obtida reescrevendo-a por

$$\Delta L = \int_0^L \left\{ \sqrt{\left[1 + \frac{1}{2}(v')^2 \right]^2 - \frac{1}{4}(v')^4} - 1 \right\} dx, \quad (131)$$

considerando que, para flechas, relativamente, pequenas o termo $\frac{1}{4}(v')^4$ pode ser desprezado, obtendo-se a simplificação

$$\Delta L \cong \frac{1}{2} \int_0^L (v')^2 dx. \quad (132)$$

O incremento da deformação axial causado pela flambagem é determinado por $\varepsilon_a = \Delta L/L$, ou seja

$$\varepsilon_a \cong \frac{1}{2L} \int_0^L (v')^2 dx. \quad (133)$$

4.1.2 Equacionamento do problema

A força efetiva pós-flambagem S_{eff} pode ser calculada a partir da força efetiva inicial S_0 , obtida pela Equação (71), mais o incremento correspondente ao aumento da deformação axial ε_a , obtida pela Equação (133), ou seja:

$$S_{eff} = S_0 + EA_s \varepsilon_a . \quad (134)$$

Esta abordagem já considera, por simplificação, que a força axial é constante ao longo do comprimento do duto. Adicionalmente, tem-se a Equação (23), relacionando S_{eff} com a função $y(x)$, que pode ser substituída pelas suas soluções analíticas listadas no Quadro 2 e compor um sistema determinado (quantidade de incógnitas igual à de equações) com as Equações (133) e (134).

No entanto, basta uma rápida análise das funções $y(x)$ (Quadro 2) para perceber a inviabilidade de aplicá-las no referido sistema de equações. Além da complexidade, as funções $y(x)$ variam de acordo com o sinal de S_{eff} , que é a incógnita principal do problema e, conseqüentemente, desconhecida no momento do equacionamento. Por isso, até o momento, não há uma solução disponível na literatura para o referido problema.

4.1.3 Solução com uma função de deslocamento vertical $v(x)$ aproximada

A inviabilidade da resolução do problema em estudo, discutida na seção 4.1.2, reside nas funções para $v(x)$ obtidas pela solução analítica da Equação (23). Então, a estratégia adotada neste trabalho consiste em utilizar uma função única aproximada $\bar{v}(x)$, que satisfaça uma ampla faixa de valores de S_{eff} , positivos e negativos.

A escolha da função aproximada é uma etapa crítica desse método, pois deve se adequar ao comportamento esperado de maneira aceitável. Atentando para as Equações (12) e (11), percebe-se que, além da função representar a deformada do tubo, sua segunda derivada corresponde ao diagrama de momento fletor (DMF) e a terceira ao diagrama de esforço cortante (DEC). Observa-se pela Figura 7 que o DMF tem aspecto parabólico e o DEC, para a maioria dos casos, pode ser aproximado por uma curva. Portanto, uma função que atenderia às características citadas seria um polinômio de 4º grau:

$$\bar{v}(x) = a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 . \quad (135)$$

A Figura 26 repete os resultados já apresentados na Figura 7, substituindo a força axial T pelo conceito de força axial efetiva S_{eff} (descrito na seção 3.1.2), e com ajustes (linhas pontilhadas) para a deformada, DMF e DEC regidas pela função $\bar{v}(x)$, sua segunda derivada (função de 2º grau) e terceira derivada (função de 1º grau), respectivamente. Observa-se que, para todos os casos, a deformada é perfeitamente reproduzida pela função aproximada, assim

como o DMF para a condição bi-rotulada. Para o DMF bi-engastado e DEC bi-rotulado, a aproximação ainda é muito próxima à solução exata.

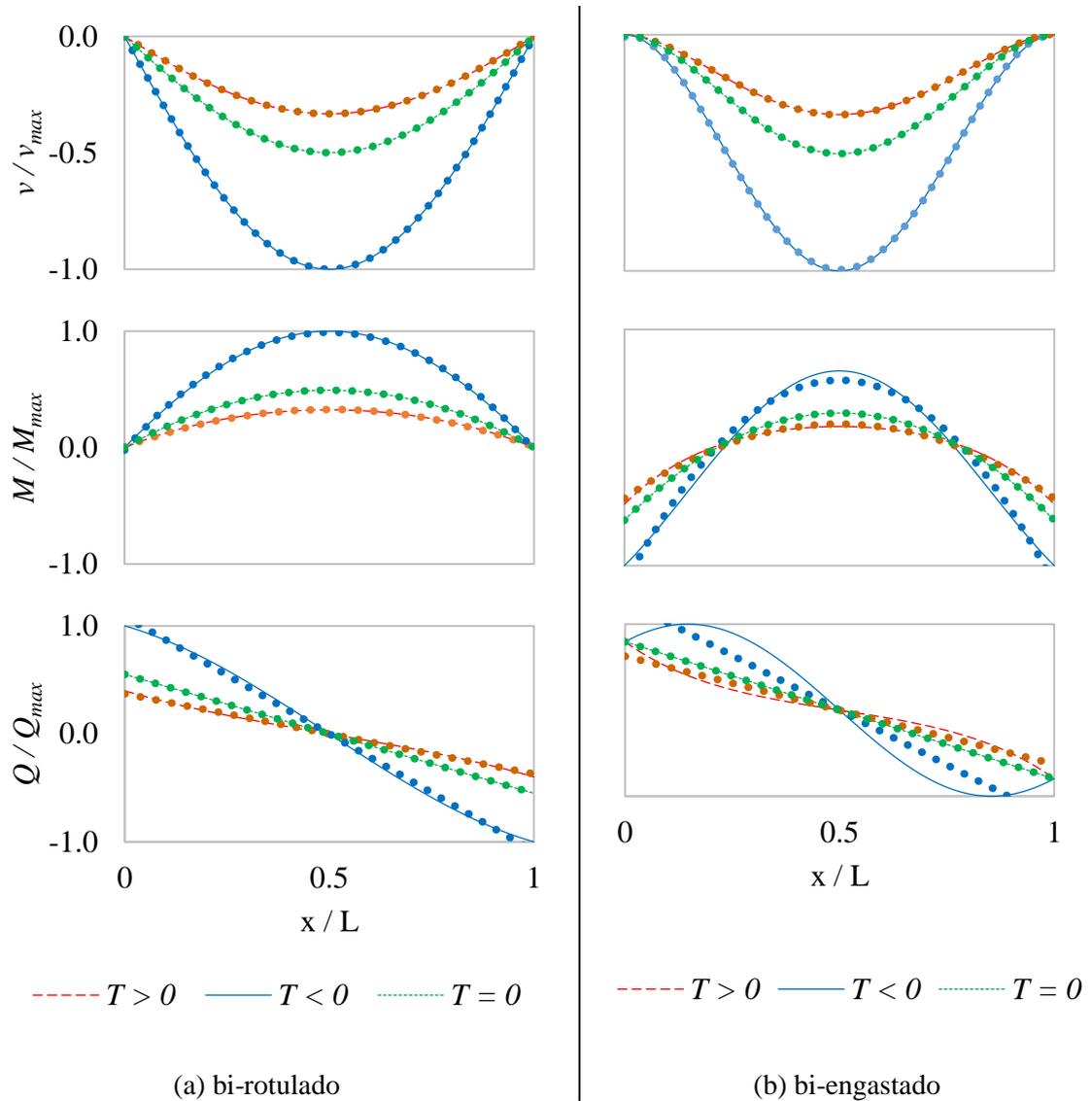


Figura 26: Ajuste da deformada, DMF e DEC com uma função de 4º grau, sua segunda e terceira derivada, respectivamente.

O ajuste apresentou os resultados mais discrepantes no DEC bi-engastado, principalmente para uma força axial negativa ($S_{eff} < 0$). No entanto, de uma maneira geral, representa de maneira aceitável a integração ao longo de x , tendo em vista que o cortante tem impacto minoritário na deflexão de vigas.

Portanto, fica constatado que a Equação (135) é uma escolha adequada como aproximação da função para a flecha ao longo do duto. O próximo passo consiste em determinar seus coeficientes a_i para que $\bar{v}(x)$ atenda à Equação (23) com o menor erro possível. Para tornar

isso possível, essa equação precisa ser trabalhada para uma forma mais conveniente, pois contém a quarta derivada, o que acarretaria num erro muito elevado para a função aproximada. Neste sentido, a integração dela leva a

$$EI \frac{d^3 v}{dx^3} - S_{eff} \frac{dv}{dx} + qx + c_1 = 0, \quad (136)$$

onde a primeira parcela, de acordo com a Equação (11), corresponde ao cortante $Q(x)$ e a primeira derivada, dv/dx , à tangente do ângulo $\theta(x)$ de declividade da curva $v(x)$. Pela simetria do problema, $Q(0) = -Q(L)$ e $\tan[\theta(0)] = -\tan[\theta(L)]$. Aplicando-se essas condições de contorno na Equação (136), obtém-se a constante $c_1 = -qL/2$. Integrando-se novamente:

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} - S_{eff} v + \frac{qx}{2} \left(x - \frac{L}{2} \right) + c_2 = 0, \quad (137)$$

onde a primeira parcela, de acordo com a Equação (12), corresponde ao momento $M(x)$. Então, aplicando a Equação (137) obtém-se $c_2 = -EI d^2 v/dx^2 = -M(0) = -M_0$, ou seja:

$$EI \frac{d^2 v}{dx^2} - S_{eff} v + \frac{qx}{2} \left(x - \frac{L}{2} \right) - M_0 = 0, \quad (138)$$

equação essa que corresponde aos momentos atuantes no tubo e, conseqüentemente, a mais adequada para determinação dos coeficientes da função aproximada.

Para isso, foi adotado um método semelhante ao dos resíduos ponderados, utilizado no MEF. A aplicação de uma função aproximada no lado esquerdo da Equação (138), ao contrário da solução exata, resultará num valor diferente de zero, chamado de resíduo:

$$EI \frac{d^2 \bar{v}}{dx^2} - S_{eff} \bar{v} + \frac{qx}{2} \left(x - \frac{L}{2} \right) - M_0 = R(x). \quad (139)$$

O método dos resíduos ponderados consiste em dissipar erros localizados ao longo do domínio, igualando-se a zero a integral de $R(x)$ multiplicado por uma função $w(x)$ de ponderação. Neste caso, optou-se por uma função de ponderação constante e unitária, então:

$$\int_0^L R(x) dx = 0, \quad (140)$$

Antes de realizar a distribuição do erro, é necessário reduzir a quantidade de incógnitas da Equação (135), o que será feito para as condições de contorno de duto bi-rotulado e bi-engastado, assim como o restante da dedução.

4.1.3.1 Duto bi-rotulado

Aplicando-se as condições de contorno da Tabela 1 referentes à condição de duto bi-rotulado a Equação (135) se reduz a

$$\bar{v}(x) = a_4 x (x^3 - 2Lx^2 + L^3), \quad (141)$$

que aplicada na Equação (139), posteriormente integrada pela (140):

$$a_4 = \frac{q}{2,4S_{eff}L^2 + 24EI}. \quad (142)$$

Substituindo-se a Equação (141) na equação que calcula o aumento da deformação axial (133), obtém-se

$$\varepsilon_a = \frac{17}{70} a_4^2 L^6. \quad (143)$$

Basta agora substituir as Equações (142) e (143) na (134) para então obter uma nova equação, cuja única incógnita é S_{eff} .

4.1.3.2 Duto bi-engastado

De maneira análoga à sequência realizada na seção 4.1.3.1, pode-se aplicar as condições de contorno da Tabela 1, dessa vez, referentes à condição de duto bi-engastado para Equação (135) se reduzir a

$$\bar{v}(x) = a_4 x^2 (x^2 - 2Lx + L^2), \quad (144)$$

que aplicada na Equação (139), posteriormente integrada pela (140):

$$a_4 = \frac{q}{0,4S_{eff}L^2 + 24EI}. \quad (145)$$

Substituindo-se a Equação (144) na equação que calcula o aumento da deformação axial (133), obtém-se

$$\varepsilon_a = \frac{1}{105} a_4^2 L^6. \quad (146)$$

4.1.3.3 Solução geral (bi-rotulado e bi-engastado)

Pela semelhança observada, pode-se representar as Equações (142) e (145) por

$$a_4 = \frac{q}{C_7 S_{eff} L^2 + 24EI} = \frac{q/L^2}{C_7 S_{eff} + 24 \frac{P_{cr}}{C_2 \pi^2}} \quad (147)$$

e as Equações (143) e (146) por

$$\varepsilon_a = C_8 a_4^2 L^6, \quad (148)$$

onde P_{cr} é o valor da carga crítica de compressão, definido pela Equação (73), e C_2 é fornecido na Tabela 3. As novas constantes C_7 e C_8 assumirão os valores 2,4 e 17/70 ou 0,4 e 1/105 para a condição bi-rotulada ou bi-engastada, respectivamente. Os índices adotados para as novas constantes foram escolhidos de forma a manter a sequência das constantes presentes na norma DNV-RP-F105 para outras equações mencionadas na seção 3.2. Testes realizados para diversas combinações de parâmetros mostraram que o valor $C_7 = 0,6$ fornece melhores resultados para condição bi-engastada, introduzindo uma pequena parcela de empirismo no desenvolvimento desta metodologia.

Substituindo-se as Equações (147) e (148) na Equação (134):

$$S_{eff} = S_0 + EA_s C_8 L^6 \left(\frac{q/L^2}{C_7 S_{eff} + 24 \frac{P_{cr}}{C_2 \pi^2}} \right)^2, \quad (149)$$

que, após algum trabalho algébrico, pode ser reescrita por

$$A_3 \left(\frac{S_{eff}}{P_{cr}} \right)^3 + A_2 \left(\frac{S_{eff}}{P_{cr}} \right)^2 + A_1 \left(\frac{S_{eff}}{P_{cr}} \right) + A_0 = 0, \quad (150)$$

onde

$$\begin{cases} A_3 = C_2^3 C_7^2 \\ A_2 = C_2^2 \left[\frac{48}{\pi^2} C_7 - C_2 C_7^2 \left(\frac{S_0}{P_{cr}} \right) \right] \\ A_1 = C_2 \left[\left(\frac{24}{\pi^2} \right)^2 - C_2 C_7 \frac{48}{\pi^2} \left(\frac{S_0}{P_{cr}} \right) \right] \\ A_0 = -C_2 \left(\frac{24}{\pi^2} \right)^2 \left(\frac{S_0}{P_{cr}} \right) - C_2^3 C_8 \frac{EA_s (qL)^2}{P_{cr}^3} \end{cases}, \quad (151)$$

cujos parâmetros C_7 e C_8 são resumidos na Tabela 5.

Tabela 5: Novos parâmetros referentes à metodologia desenvolvida para cálculo de S_{eff}

Parâmetro \ Condição	bi-rotulado	bi-engastado
C_7	2,4	0,6
C_8	17/70	1/105

Na Equação (150), S_{eff} é a única incógnita, conforme desejado, e corresponde à raiz de um polinômio de 3º grau. Sua solução é conhecida na literatura como fórmula de Cardano (IRVING, 2013; VAN DER WAERDEN, 1985). Para resolvê-la, primeiramente, os seguintes parâmetros devem ser definidos:

$$\begin{cases} c_P = A_1/A_3 - (A_2/A_3)^2/3 \\ c_Q = A_0/A_3 - A_1 A_2/3A_3^2 + 2(A_2/3A_3)^3 \\ c_D = (c_Q/2)^2 + (c_P/3)^3 \\ c_R = \sqrt{(c_Q/2)^2 + |c_D|} \\ c_T = \arccos(-c_Q/2c_R) \end{cases}. \quad (152)$$

Objetivando a raiz apropriada entre as três disponíveis e assumindo que $S_{eff}/P_{cr} > -1$, o resultado final pode ser resumido com base nos parâmetros previamente definidos como

$$\frac{S_{eff}}{P_{cr}} = \begin{cases} \sqrt[3]{-c_Q/2 + \sqrt{c_D}} + \sqrt[3]{-c_Q/2 - \sqrt{c_D}} - A_2/3A_3 & ; \text{ se } c_D \geq 0 \\ 2\sqrt[3]{c_R} \cos(c_T/3) - A_2/3A_3 & ; \text{ se } c_D < 0 \end{cases}. \quad (153)$$

Então, de acordo com a metodologia desenvolvida, S_{eff} pode ser calculado diretamente de S_0 , o qual é baseado nas condições de pressão e temperatura. A solução se resume em calcular a Equação (153) com base nos parâmetros definidos pelas Equações (151) e (152), dispensando o uso de ferramentas de FEA ou algoritmos iterativos.

Na hipótese simplificadora adotada no início do desenvolvimento, S_{eff} foi considerado constante ao longo do tubo. Portanto, a variação devido ao peso-próprio não foi contabilizada e, conseqüentemente, o valor calculado corresponderá à seção no meio do vão.

A precisão do método proposto será avaliada por comparação com resultado em MEF, na seção 5.1, para uma ampla faixa de valores para comprimento de vão e força efetiva.

4.1.3.4 Sequência de projeto

Para um procedimento de projeto, a força efetiva S_I , na posição de instalação, pode ser assumida como igual à força de lançamento H_0 . Então, a Equação (149), reformulada para fornecer S_0 a partir de S_{eff} , será

$$\left(\frac{S_0}{P_{cr}}\right) = \left(\frac{S_{eff}}{P_{cr}}\right) - \frac{C_8 EA_s (qL)^2}{P_{cr}^3} \left[C_7 \left(\frac{S_{eff}}{P_{cr}}\right) + \frac{24}{C_2 \pi^2} \right]^{-2} \quad (154)$$

e poderá ser utilizada para obter-se a correspondente força efetiva indeformada S_{I_0} . A força efetiva indeformada para as condições de teste hidrostático (S_{H_0}) e operação (S_{O_0}) são calculadas pela adição dos efeitos do aumento da pressão e temperatura, de acordo com a Equação (71). Então, finalmente, a Equação (153) é utilizada para calcular as forças efetivas S_H e S_O , referentes às posições de equilíbrio pós-flambagem do teste hidrostático e operação do duto.

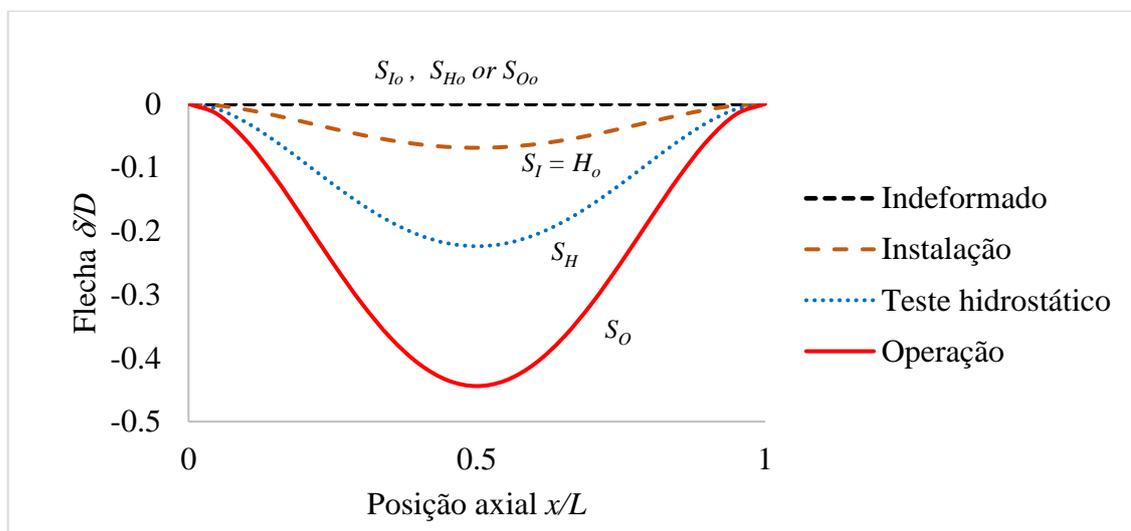


Figura 27: Exemplo com deformadas de sequência de projeto para condição bi-engastado

Na Figura 27, são ilustradas as deformadas pelo gráfico da flecha (δ/D) versus posição axial (x/L) adimensionais para um duto com as características da Tabela 2, num vão de $80D$ e condições listadas na Tabela 6.

Tabela 6: Condições de pressão e temperatura utilizados no exemplo de sequência de projeto

Parâmetro \ Condição	Instalação	Teste hidrostático	Operação
Pressão interna	0	50,9 MPa	36,0 MPa
Temperatura	0	0	35°C

4.2 MODELO 2D EQUIVALENTE PARA SIMULAÇÃO CFD DE VIV

Conforme discutido na seção 2.3 as vibrações induzidas por vórtices (VIV) constituem um fenômeno complexo e, conseqüentemente, de difícil previsão. Apesar de diversos estudos adotarem diferentes abordagens (empíricas, numéricas e híbridas), pode-se dizer, com alguma confiança, que nenhuma solução disponível atende plenamente às demandas da indústria de O&G para avaliação da resposta dinâmica em dutos submarinos.

Os métodos empíricos se restringem por serem baseados numa quantidade limitada de experimentos em escala real ou em total semelhança. As faixas dos valores de U_R aplicados são abrangentes, no entanto, dificuldades técnicas inviabilizam valores de Re também compatíveis com casos reais. Além disso, a rigidez relacionada ao deslocamento do corpo sólido posto a vibrar em laboratório (cilindros rígidos ou tubos flexíveis) não é avaliada, apenas seu efeito em conjunto com a massa, ou seja, a frequência natural. É intuitivo concluir que maiores valores de rigidez corresponderão a menores amplitudes de oscilação e, portanto, a rigidez deve ser levada em conta.

O modelo de resposta CF apresentado pela DNV-RP-F105 e adotado por engenheiros em muitos projetos, por exemplo, estima o valor da amplitude, basicamente, pela frequência natural (Quadro 4). Por conta das incertezas inerentes às hipóteses simplificadoras, o gráfico de resposta da referida norma possui área maior que a resposta típica esperada (Figura 3), agregando graus elevados de conservadorismo. Os modelos híbridos, que aplicam dados experimentais em simulações numéricas, acabam herdando as mesmas incertezas e, conseqüentemente, erros também elevados. O Shear7 - uma das ferramentas mais utilizadas pela indústria de O&G - também se baseia em método semi-empírico. Além disso, adota uma análise modal (“Shear7 4.9b User Guide”, 2016), ou seja, no domínio da frequência, e, conseqüentemente, é incapaz de prever os efeitos de histerese, comentados na seção 2.3.1.1, e não linearidades que serão discutidas na seção 4.2.2.2.

Simulações em CFD comportam uma vasta gama de cenários, levando em consideração efeitos da turbulência para Re elevados, proximidade com o fundo, outros dutos, dispositivos para supressão de vórtices e ainda, aliado com a análise estrutural por FSI, o

comportamento preciso do tubo. Diversos estudos bidimensionais comparados a experimentos com cilindros rígidos, citados na seção 2.3.2, vêm produzindo resultados promissores, assim como análises tridimensionais correspondentes a tubos esbeltos. Porém, neste último caso (3D), a quantidade de células necessárias para a malha acarreta um custo computacional proibitivo para aplicações práticas em projetos.

Recentemente, tem sido sugerido o método *quasi*-tridimensional, onde o fluido é representado por camadas bidimensionais espaçadas transversalmente ao longo do duto, ao invés de um meio contínuo tridimensional, reduzindo consideravelmente o tempo de processamento. No entanto, essa aplicação não é compatível com a maioria das ferramentas de CFD existentes, além de possuir um custo ainda acima do viável para aplicação na prática.

Tendo em vista o exposto acima, neste trabalho, é proposta uma simplificação capaz de representar, satisfatoriamente, o comportamento dinâmico de VIV em um modelo CFD bidimensional, tanto do fluido, quanto do tubo.

4.2.1 A importância da tridimensionalidade para os vórtices

Fenômenos de VIV são, tipicamente, tridimensionais. Mesmo para casos de cilindros rígidos, cuja geometria é compatível com uma representação bidimensional, a modelagem CFD mais precisa deve ser 3D. Contudo, estudos numéricos como de Zhao e Cheng (2011), comparando simulações 2D com experimentos, e Zhao et al (2014), comparando simulações 2D com simulações 3D, evidenciam uma discrepância pequena, conforme discutido na seção 2.3.2, o que embasa a simplificação sugerida.

Não obstante, em caso de tubos esbeltos, a não uniformidade de deslocamentos ao longo do eixo do tubo também induz variações no desprendimento de vórtices, o que é reforçado pela natureza do fenômeno de *lock-in*, exigindo uma análise mais cuidadosa.

Uma simulação independente CFD tridimensional foi realizada, sem compromisso com resultados numéricos, a fim de possibilitar uma análise qualitativa. Aproveitando-se da simetria, apenas metade do tubo foi modelada, onde o lado direito corresponde ao meio do vão e o lado esquerdo à extremidade (Figura 28).

Observa-se que, no meio do vão, a esteira de vórtices apresenta ondulação mais acentuada, que diminui ao longo do tubo até que, na extremidade, seja praticamente nula. Isto significa que os efeitos da interação fluido-estrutura se concentram na região central, pois os deslocamentos são maiores, favorecendo a ressonância por *lock-in*.

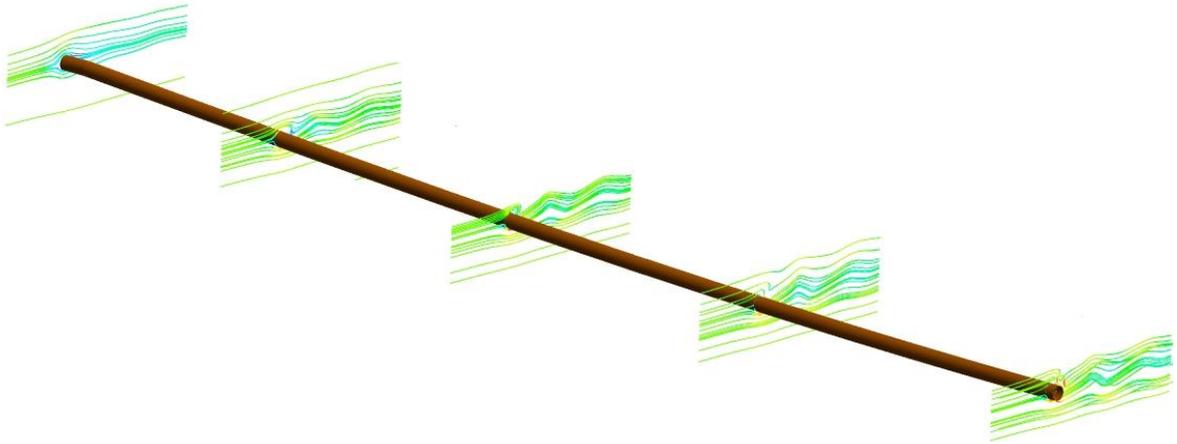


Figura 28: Variação da esteira de vórtices ao longo do tubo (meio vão modelado)

Portanto, para que haja a equivalência desejada, o deslocamento do modelo 2D deve ser mais fortemente ponderado pelo trecho intermediário do vão. Também deve ser observado que os esforços aplicados nesta região serão, majoritariamente, responsáveis pelo movimento de todo o tubo. Consequentemente, a massa linear equivalente do modelo 2D será superior à do tubo real.

4.2.2 A busca pela equivalência de parâmetros

O tubo real tem uma massa linear m_L , flecha máxima δ , módulo de elasticidade E , momento de inércia I e área de seção A_s , suficientes para definir seu comportamento estrutural.

O sistema equivalente, por sua vez, tem uma massa equivalente m_{eq} , deslocamento δ_{eq} e rigidez de mola K_{eq} (Figura 29). Pelo número reduzido de parâmetros, percebe-se que é impossível uma equivalência total entre eles. O foco da transformação proposta se restringirá em obter o resultado mais preciso possível para amplitude máxima e frequência de vibração. Vale lembrar que as metodologias atuais e usuais são muito deficientes e limitadas, o que reduz a expectativa para qualquer sugestão inédita.

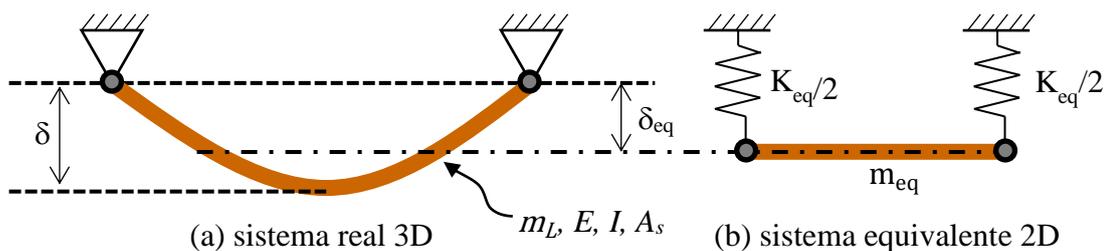


Figura 29: Comparação esquemática entre deslocamento real 3D e equivalente 2D

O critério de equivalência adotado se baseia em três grandezas físicas: energia, força e frequência natural. A primeira se justifica pela essência do VIV, que pode ser definido como uma troca de energia entre o fluido e o tubo. Em segundo, a relação entre força e deslocamento garantirá que a flecha máxima obtida pelo sistema simplificado tenha compatibilidade com a real. Por último, mas não menos importante, a frequência natural deve ser, imprescindivelmente, a mesma, para que a relação entre a frequência de despreendimento de vórtices (frequência de Strouhal) e a de vibração interajam de maneira adequada na região de *lock-in*, quando as amplitudes são máximas.

Aplicando-se, matematicamente, essas três equivalências, as massas bidimensionais (equivalentes IL e CF) serão obtidas por consequência e, possivelmente, serão diferentes da massa real. Conforme citado na seção 2.3.1.1, a massa tem influência na resposta dinâmica da estrutura, no entanto, observações experimentais mostram que as diferenças só são significativas para variações na ordem de grandeza de m^* (WILLIAMSON; GOVARDHAN, 2004). De acordo com as observações levantadas na seção 4.2.1, espera-se que, ao menos, para cumprimento de aspectos qualitativos, m_{eq} seja maior que a massa real.

Devido à carência de estudos experimentais com condições mais próximas às de vãos livres que sirvam para *benchmark* da metodologia proposta, o desenvolvimento a seguir considerará extremidades bi-rotuladas, situação adotada em todos os resultados de laboratório encontrados na literatura.

De acordo com as considerações supracitadas, o primeiro passo consistirá em obter a equivalência energética, que é, constantemente, relacionada com a raiz da média quadrática (RMS – *Root Mean Square*). Isto se deve ao fato da energia cinética estar relacionada com a velocidade elevada ao quadrado, que, por sua vez, estará relacionado com o quadrado da posição. Assim sendo, a posição δ_{eq} será calculada pela média RMS da flecha ao longo do duto:

$$\delta_{eq} = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L [v(x)]^2 dx} . \quad (155)$$

Conforme listado no Quadro 2, as fórmulas que representam $v(x)$ para solução analítica, considerando-se força axial constante e conhecida, dependem do sinal desta força (positivo, negativo ou nulo) e implicariam a integração definida na Equação (155) num exaustivo trabalho. Para contornar isso, foi adotada a solução aproximada proposta na seção 4.1, que, no caso de duto bi-rotulado, tem a função da flecha definida na Equação (141). Substituindo-a na Equação (155):

$$\begin{aligned}\delta_{eq} &\cong \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L [\bar{v}(x)]^2 dx} = \sqrt{\frac{1}{L} \int_0^L [a_4 x (x^3 - 2Lx^2 + L^3)]^2 dx} \\ &= a_4 L^4 \sqrt{\int_0^1 (\zeta^4 - 2\zeta^3 + \zeta)^2 d\zeta} = a_4 L^4 \sqrt{\frac{93}{1890}}\end{aligned}\quad (156)$$

A deflexão máxima do sistema real, por sua vez, corresponde ao valor da flecha no meio do vão ($x = L/2$), ou seja

$$\delta = v\left(\frac{L}{2}\right) \cong \bar{v}\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{5}{16} a_4 L^2, \quad (157)$$

que, substituindo-se na Equação (156), fornecerá

$$\begin{cases} \delta_{eq} \cong \frac{16}{5} \sqrt{\frac{93}{1890}} \delta = C_{eq} \delta, \\ C_{eq} \cong 0,70984 \end{cases}, \quad (158)$$

sendo C_{eq} o fator de conversão da flecha máxima δ no deslocamento equivalente δ_{eq} .

Esta relação obedece às condições desejadas a partir das observações levantadas na seção 4.2.1, pois o deslocamento do sistema equivalente é mais próximo daquele obtido na região central do que nas extremidades do vão. Portanto, satisfaz, ao menos de maneira aproximada, tanto o comportamento do domínio fluido quanto do estrutural.

No próximo passo, deve ser estabelecida uma equivalência entre a força distribuída aplicada e o deslocamento resultante em ambos os sistemas. Considerando-se uma carga média q , distribuída ao longo do tubo, que provoca uma flecha máxima δ , no sistema equivalente, a mesma carga deverá resultar no deslocamento δ_{eq} (Figura 30).

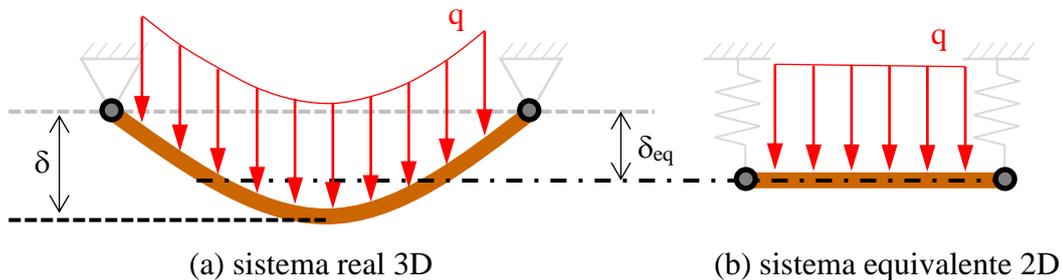


Figura 30: Efeito do carregamento distribuído do sistema real 3D e equivalente 2D

Fica evidente que essa simplificação será válida apenas para oscilações do 1º modo de vibração, pois, nos demais, em diferentes posições axiais ocorrem deslocamentos em sentidos contrários, impossibilitando a equivalência proposta.

Para calcular a relação entre q e δ , será considerado o regime estático, representado pela Equação (23), tendo em vista que o efeito dinâmico foi incluso pela inércia da massa na simulação transiente. Os dados disponíveis na literatura, a serem utilizados para avaliação da metodologia desenvolvida, são obtidos a partir de experimentos categorizados, entre outros aspectos, em dois tipos de condições de contorno: carga axial constante e extremidades fixas.

4.2.2.1 Condição de carga axial constante

Embora não se trate da condição mais adequada para representação de vãos livres de dutos submarinos, é a mais comum entre estudos experimentais (seção 2.3.1.3). Dessa forma, possibilita maior variedade de parâmetros para testar a metodologia proposta.

Neste caso, a Equação (23) possui soluções analíticas para as diferentes condições de força axial (positiva, negativa ou nula), conforme resumo do Quadro 2. Assumindo força axial positiva e extremidades bi-rotuladas, condição de quase todos os experimentos referenciados, a flecha máxima ($x=L/2$) é obtida pela equação

$$\delta = \frac{q}{T} \left\{ \frac{1}{k^2} \left[\frac{1}{\cosh(kL/2)} - 1 \right] + \frac{L^2}{8} \right\}, \quad (159)$$

que, com o auxílio da Equação (158), fornecerá o deslocamento equivalente. Explicitando-se q :

$$q = K_{eq} \delta_{eq}, \quad (160)$$

onde

$$K_{eq} = \frac{T}{C_{eq}} \left\{ \frac{1}{k^2} \left[1 - \frac{1}{\cosh(kL/2)} \right] - \frac{L}{8} \right\}^{-1}, \quad (161)$$

que tem unidade de força por comprimento ao quadrado, representando uma força elástica distribuída.

Observa-se que, para a referida condição, K_{eq} é constante, tratando-se de um sistema massa-mola linear, cuja frequência natural de vibração f_n é determinada pela Equação (120). Por outro lado, o valor de f_n do duto é tratado como conhecido, podendo ser obtido através de análise modal em FEA ou formulações empíricas como a Equação (77). Portanto, conforme mencionado anteriormente, o valor de m_{eq} será um resultado da simplificação de equivalência adotada, calculado a partir da Equação (120):

$$m'_{eq} = \frac{K_{eq}}{(2\pi f_n)^2}, \quad (162)$$

que tem unidade de massa por comprimento. Ressalta-se que esta é a massa total, incluindo a parcela de massa de água adicionada $m_a = C_a \rho_e \pi D^2/4$, onde C_a é o coeficiente de massa adicionada e ρ_e é a massa específica do fluido externo. Portanto, para obter a massa estrutural, é necessário subtrair m_a :

$$m_{eq} = \frac{K_{eq}}{(2\pi f_n)^2} - C_a \rho_e \frac{\pi D^2}{4}. \quad (163)$$

A rigidez equivalente, calculada pela Equação (161), corresponde tanto ao deslocamento IL quanto CF. Portanto, duas molas perpendiculares entre si e com mesma rigidez K_{eq} devem ser consideradas no modelo 2D (Figura 31). O amortecimento também poderá ser aplicado, de acordo com a definição da Equação (121).

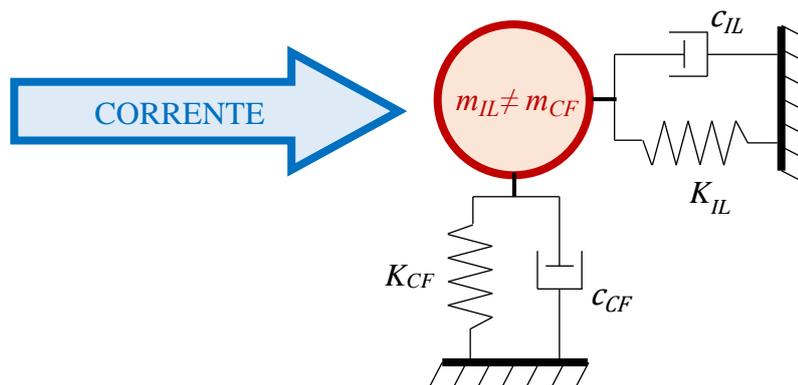


Figura 31: Modelo 2D com sistema massa-mola-amortecedor IL e CF para o caso de equivalência com força axial constante

Devido à deformada causada pelo peso-próprio, a frequência natural IL é diferente da frequência natural CF. Consequentemente, de acordo com a Equação (163), será necessário definir massas equivalentes diferentes para direção IL e CF. Embora, fisicamente, isto pareça não ter sentido, é perfeitamente aplicável em métodos numéricos, variando-se os coeficientes da matriz de massa para linhas/colunas correspondentes a direções diferentes.

O sistema massa-mola equivalente fica então determinado, a partir dos parâmetros do duto (L , E , I , m_L e S_{eff}), com as Equações (77), (161) e (163). Uma análise numérica na faixa de valores possíveis revela que $m_{eq} > m_L$, condição compatível com o esperado para a interação fluido-estrutural de acordo com as observações levantadas (seção 4.2.1).

4.2.2.2 Condição de extremidades com rótulas fixas

Esta condição é mais semelhante à de dutos em vãos livres, onde o movimento axial das extremidades fica condicionado ao do restante da linha. Neste caso, a força axial não é conhecida e tende a aumentar com a flambagem do tubo, situação estudada na seção 4.1, onde uma solução aproximada foi desenvolvida. Sendo assim, convenientemente, a Equação (153) será adotada para prever a relação entre a flecha máxima δ e a carga distribuída q .

Para exemplificação, os parâmetros de duto listados na Tabela 2 foram utilizados para um vão de $L = 100D$, variando a carga distribuída q até o dobro do peso próprio distribuído q_{pp} . Na Figura 32, é apresentado o gráfico de q (dividido por q_{pp}) versus δ (dividido por D) calculado pela Equação (153) e por modelo numérico no software ANSYS Mechanical v17. Observa-se que, ao contrário da condição analisada na seção 4.2.2.1, a relação entre δ e q tem comportamento não linear.

A não linearidade observada tem consequências tanto no fenômeno físico real, quanto nas considerações do modelo 2D equivalente, listadas abaixo:

- a Equação (120) não é mais válida, pois K (tangente do gráfico na Figura 32) varia de acordo com a flecha;
- a frequência natural irá aumentar com a amplitude de oscilação;
- quanto maior a velocidade da corrente, maior a força de arrasto, o que aumenta a flecha de equilíbrio e, conseqüentemente, torna maior a frequência natural; e
- a deformada inicial IL ou CF, causada pela corrente ou peso próprio, respectivamente, terá influência na rigidez da direção perpendicular.

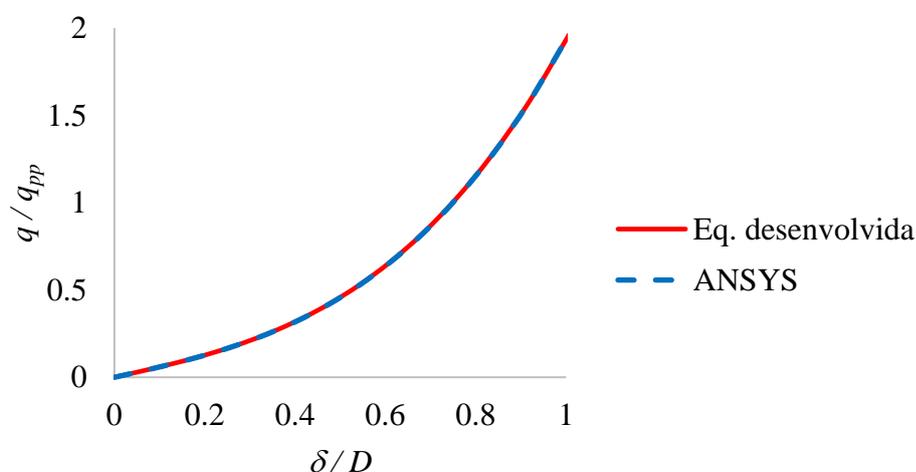


Figura 32: Exemplo de gráfico carga distribuída dividida pelo peso próprio versus flecha máxima dividida pelo diâmetro para o tubo da Tabela 2.

De acordo com o exposto acima, fica claro que o esquema adotado na seção 4.2.2.1 (Figura 31) se torna inviável para a condição em pauta nesta seção, pois os valores de K e c (IL e CF) precisariam ser reajustados para cada velocidade e amplitude de vibração, além de não simularem, corretamente, a interação não linear entre deslocamento IL e CF.

A alternativa adotada para a condição em questão se baseia no fato de que o valor de δ e q podem ser assumidos como a distância ao ponto inicial e a força nesta direção, respectivamente, ao invés de componentes IL e CF. De fato, todo o equacionamento desenvolvido até então é compatível com tal abordagem, o que permite considerar um único conjunto mola-amortecedor, preso a ponto fixo em uma extremidade - correspondente à posição inicial do eixo do tubo - e à massa cilíndrica na outra (Figura 33). A rigidez K_{eq} desse conjunto é então fornecida através da relação q versus δ_{eq} , calculada pelo mesmo procedimento utilizado para construção do gráfico da Figura 32, mas com o valor da flecha δ multiplicado por C_{eq} , para convertê-la em δ_{eq} . Para que a posição inicial do cilindro no modelo não insira um erro na referida curva q x δ_{eq} , o comprimento inicial do conjunto mola-amortecedor deve ser muito pequeno em relação às demais dimensões do problema.

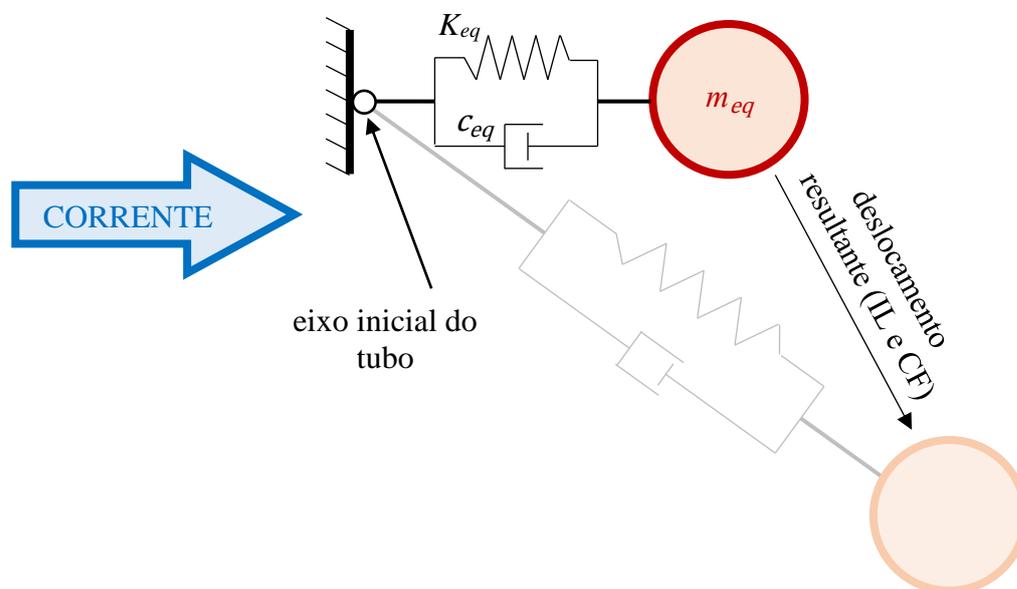


Figura 33: Modelo 2D com sistema massa-mola-amortecedor para o caso de equivalência com extremidades fixas

Resta determinar o valor de m_{eq} , que, assim como na condição anterior, deve ser aquele que confira ao modelo a mesma frequência natural f_n do duto real. Na condição em questão, essa necessidade leva a um impasse, uma vez que, conforme mencionado anteriormente, o valor

de f_n varia com a amplitude máxima de oscilação. As frequências naturais são calculadas, normalmente, através de análises modais em FEA, que são baseadas em cálculos lineares e, conseqüentemente, não consideram o efeito de segunda ordem, assim como a equação fornecida pela DNV-RP-F105 (77). Apenas análises transientes, com efeito de não linearidade geométrica, podem prever precisamente a frequência natural para diferentes amplitudes. Alternativamente, pode-se estimar o valor de f_n , com boa aproximação, calculando-se pela Equação (120) com base na rigidez K secante da curva q versus δ (Figura 32) e m_L . Na Figura 34, são exibidos os gráficos da frequência natural versus amplitude máxima sobre diâmetro, calculados por cada um dos métodos citados.

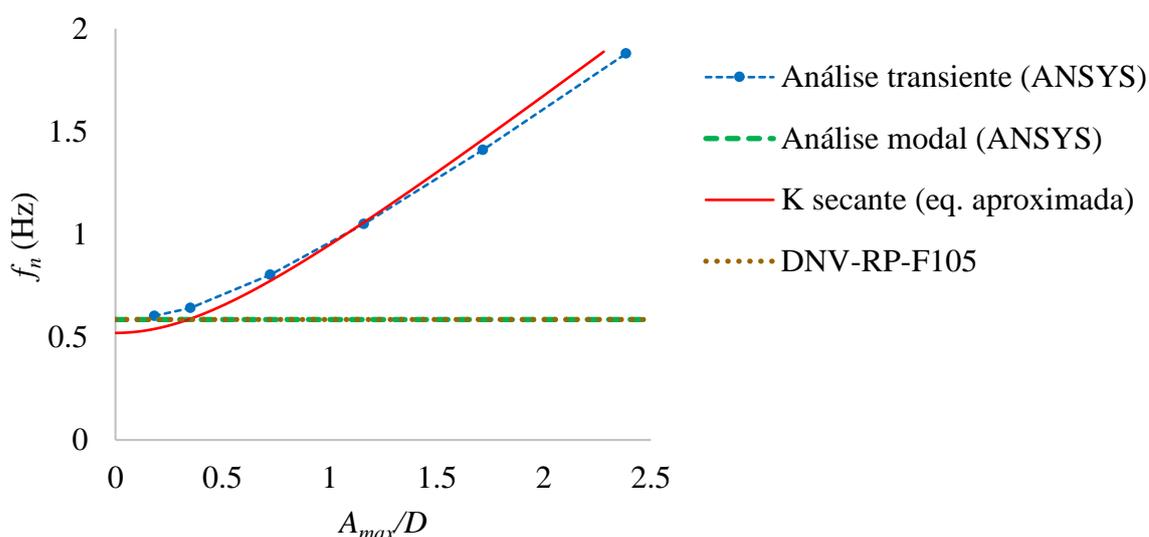


Figura 34: Curva da frequência natural versus amplitude máxima de oscilação dividida pelo diâmetro para o duto da Tabela 2.

Uma calibragem apropriada para o valor de m_{eq} consiste em obtê-lo pela Equação (120) para K_{eq} secante e f_n correspondentes à amplitude $A_{max}/D = 1$. Caso seja utilizada a equação aproximada e o K secante para obtenção de f_n , conforme sugerido como método prático aproximado (Figura 34), a massa equivalente obtida será então $m_{eq} \cong m_L/C_{eq}$.

4.2.2.3 Resumo para obtenção dos parâmetros equivalentes

Na Figura 35 é apresentado um fluxograma que resume os passos necessários para obtenção dos parâmetros pertencentes ao modelo bidimensional equivalente ao vão livre com força axial constante e extremidades fixas (com deslocamento axial restrito).

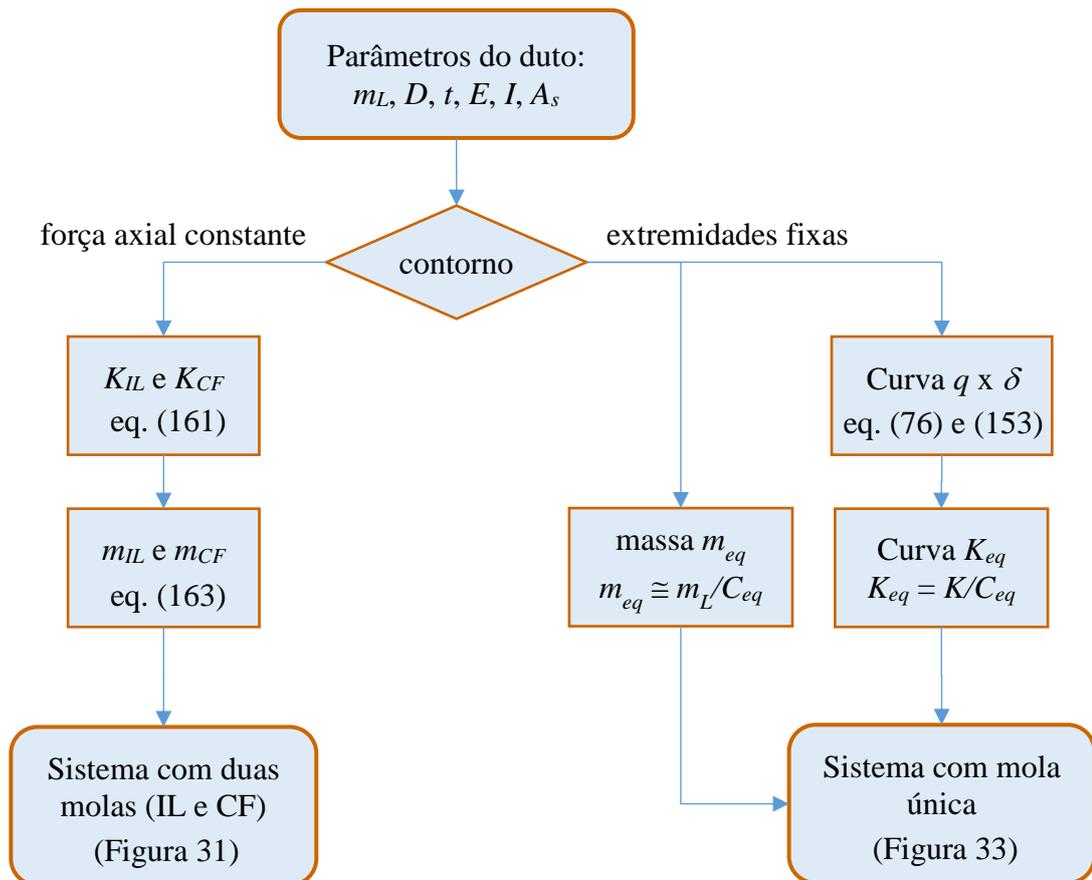


Figura 35: Fluxograma com sequência para obtenção dos parâmetros equivalentes

Na seção 5.2, os resultados obtidos com a metodologia proposta serão comparados com dados experimentais disponíveis na literatura.

5 ESTUDO DE CASOS

Este capítulo tem por objetivo avaliar as duas metodologias propostas no capítulo 4, que se embasam em outras já existentes (capítulo 3). A primeira, que fornece uma formulação para o cálculo da força efetiva em vãos livres, considerando o efeito de segunda ordem, será testada por meio de comparação dos seus resultados com aqueles obtidos por solução numérica, através do software ANSYS Mechanical v17. A metodologia para previsão da resposta dinâmica sob efeito de VIV será comparada com dados experimentais encontrados na literatura (LI et al., 2011; TSAHALIS; JONES, 1981).

5.1 AVALIAÇÃO DA EQUAÇÃO PROPOSTA PARA CÁLCULO DA FORÇA EFETIVA EM VÃOS LIVRES

5.1.1 Parâmetros adotados

Como base de parâmetros adotados, foram escolhidos dois dutos: o poliduto instalado na Baía de Guanabara 26” Norte e o gasoduto de exportação Lula-NE/Cernambi de 18”, cujas propriedades são listadas na Tabela 7.

Tabela 7: Propriedades dos dutos adotadas para avaliação da metodologia desenvolvida

Parâmetros \ Duto	DUTO A	DUTO B
	Poliduto Baía de Guanabara 26” Norte	Gasoduto Lula-NE/Cernambi 18”
Diâmetro externo	26” (660,4 mm)	18” (457,2 mm)
Espessura de parede	0,5 “ (12,7 mm)	1 1/8” (28,6 mm)
D/t	52	16
Aço	API 5L Gr. B	API 5L Gr. X-65
Módulo de Elasticidade	207 GPa	207 GPa
Coefficiente de Poisson	0.3	0.3
Massa específica do aço	7850 kg/m ³	7850 kg/m ³
Massa específica do fluido interno	900 kg/m ³	225 kg/m ³
Massa específica do mar	1025 kg/m ³	1038 kg/m ³

O carregamento aplicado é composto de uma componente vertical, referente ao peso submerso do duto, e outra horizontal (Tabela 8), causada pelo arrasto da corrente, arbitrada com velocidade de 1 m/s e coeficiente de arrasto igual a 1.

Tabela 8: Carregamento aplicado

Parâmetros \ Duto	DUTO A	DUTO B
	Poliduto Baía de Guanabara 26” Norte	Gasoduto Lula-NE/Cernambi 18”
Pressão interna	0,4 MPa	30,0 MPa
Peso próprio distribuído	1.342 N/m	1.569 N/m
Força de arrasto	338 N/m	237 N/m
Carga linear resultante	1.384 N/m	1.587 N/m

Com o intuito de garantir que as condições de aplicabilidade da metodologia proposta fossem extrapoladas, verificando-se assim a sua abrangência, o comprimento do vão livre foi variado desde $L/D=20$ até 300 e a força efetiva de $S_{eff}/P_{cr} = -0,75$ até $+3,00$, totalizando 300 combinações para cada duto (A e B). Quanto a S_{eff} , valores abaixo do limite adotado estariam demasiadamente próximos da carga crítica de flambagem, o que seria impraticável em projetos. Quanto ao limite superior, será necessário analisar os resultados para verificar a necessidade de testes com valores maiores.

A Equação (154) foi empregada para calcular o valor de S_0/P_{cr} correspondente à razão S_{eff}/P_{cr} desejada, dentro da faixa de valores determinados. Cada duto (A e B) foi testado para condição bi-rotulada e bi-engastada, com seus respectivos coeficientes listados na Tabela 5.

5.1.2 Solução numérica (ANSYS Mechanical) utilizada para comparação

Para a solução numérica por FEA, foi utilizado o software ANSYS Mechanical v17, escolhendo-se, entre diversos outros disponíveis, o elemento tipo PIPE289 (“ANSYS Help v17”, 2016). Este elemento possui uma função de forma quadrática, consequentemente, definido por três nós (Figura 36) e tem formulação baseada na teoria de viga de Timoshenko, que contempla o efeito do esforço cortante. A discretização do vão foi feita com elementos cujo comprimento equivale, aproximadamente, à metade do diâmetro.

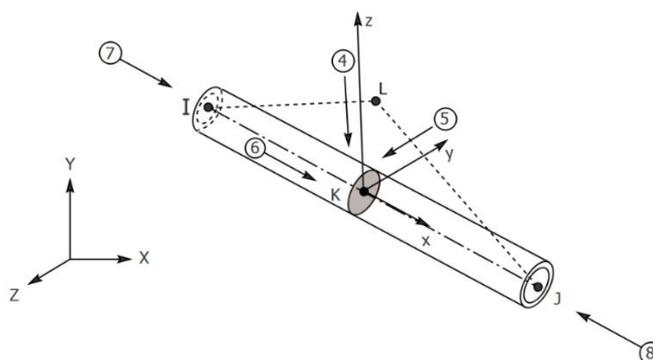


Figura 36: Elemento PIPE289. Fonte: (“ANSYS Help v17”, 2016)

Quanto às condições de contorno, na configuração bi-rotulada, os deslocamentos das extremidades foram restritos para translações em todas as direções e, para evitar instabilidade numérica, também para a rotação ao redor do eixo do tubo. Já na configuração bi-engastada, todos os deslocamentos (translações e rotações) foram impedidos. Para definir os valores de S_0 desejados, foi imposto um deslocamento axial em uma das extremidades.

O cálculo foi realizado com efeito de não linearidade geométrica, requerida pela esbeltez do problema. A aplicação de todas as cargas, exceto o peso próprio, foi dividida em 10 passos para garantia de uma convergência e precisão melhor. Os critérios de convergência do método Newton-Raphson foram adotados com tolerância de 10^{-4} para resíduos de deslocamento, força e momento.

O resultado de S_{eff} é dado como resposta da solução para o tipo de elemento selecionado (PIPE289). O valor considerado para comparação com a metodologia proposta se refere à seção do meio do vão (ponto mais baixo após deslocamento) correspondendo à hipótese simplificadora adotada (seção 4.1.3). O momento máximo é fornecido pela ferramenta FEA através de integração numérica das tensões axiais ao longo da seção para a condição bi-rotulada e pela reação do momento na extremidade do tubo para a condição bi-engastada. Este procedimento foi adotado para evitar erros de integração ao longo da seção próxima ao contorno do problema. A flecha máxima foi obtida pelo deslocamento em z do nó correspondente ao meio do vão.

Para obter os resultados das 600 combinações analisadas de maneira eficiente, foi utilizado o recurso “*Parameter Design Points*”, que permite o cálculo sequencial e automático de diferentes cenários, por meio de uma tabela onde os parâmetros de entrada (i.e. comprimento do vão e deslocamento da extremidade) são digitados e os resultados desejados colhidos.

5.1.3 Análise preliminar dos resultados

Devido à vasta quantidade de combinações calculadas e às diversas grandezas envolvidas, uma análise preliminar geral se faz necessária, com o objetivo de estabelecer limites para os quais os erros são aceitáveis, permitindo uma avaliação mais detalhada na próxima etapa.

O valor da força efetiva S_{eff} caracteriza-se como resultado principal, pois, a partir dele, podem ser obtidas outras grandezas importantes, como flecha e momento máximos. Portanto,

será analisada a diferença entre os valores de força efetiva calculados pela metodologia proposta (seção 4.1.3.3) e a solução numérica (5.1.2), dividida por este último ($\Delta S_{eff}/S_{eff}$).

Para flechas muito grandes em relação ao vão (ângulos de inclinação significativos), a equação Euler-Bernoulli de viga (23) deixa de ser válida (BRUSCHI; VITALI, 1991), conforme elucidado na dedução apresentada na seção 3.1, e, conseqüentemente, o mesmo ocorrerá com a metodologia proposta, pois se baseia nela. Nesse sentido, optou-se por relacionar, preliminarmente, as divergências obtidas com a razão entre o comprimento do vão e a flecha máxima calculada (L/δ). Os pontos desta relação são apresentados na Figura 37 para todas as 600 combinações analisadas.

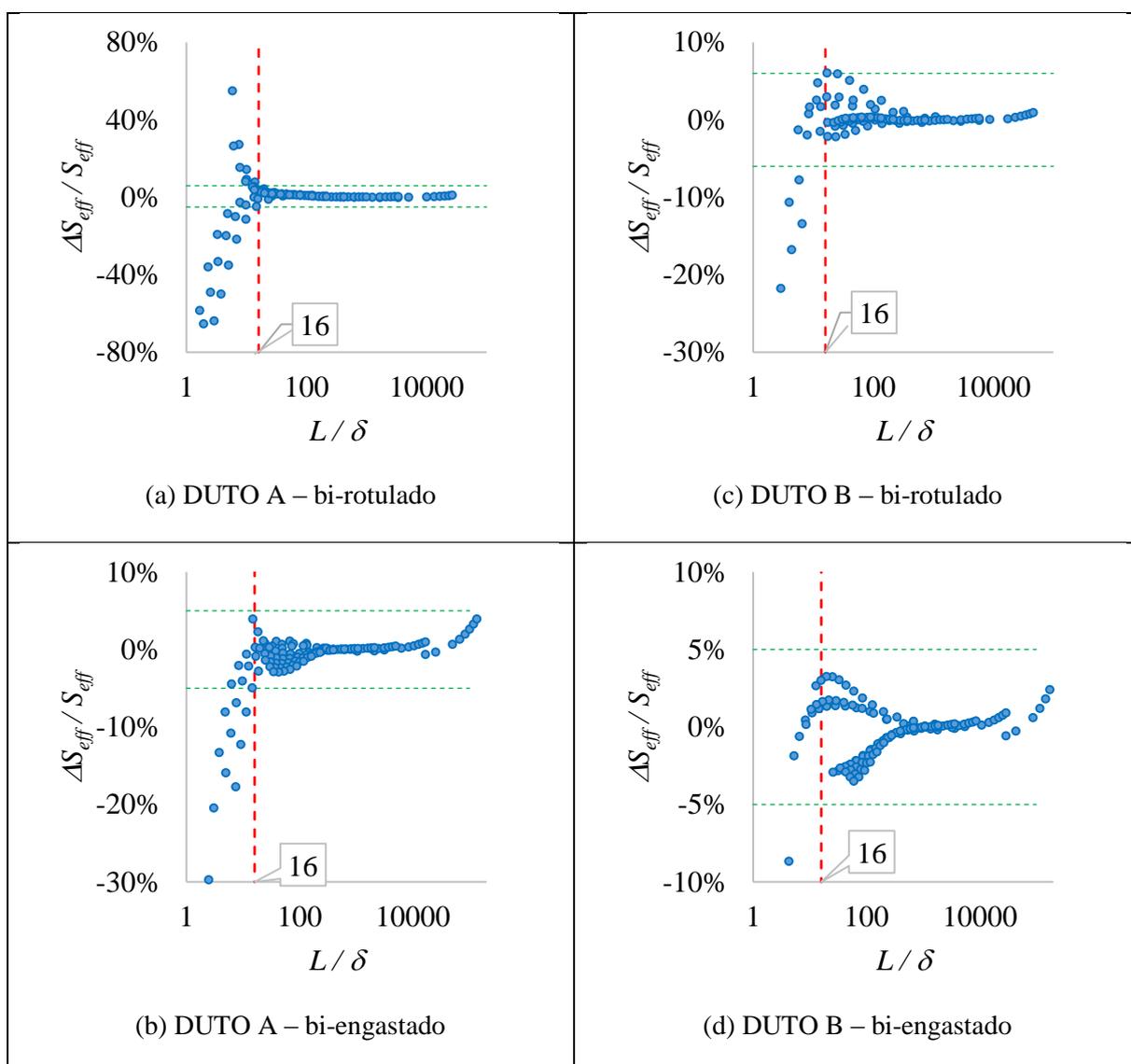


Figura 37: Relação entre divergência de força efetiva relativa ($\Delta S_{eff}/S_{eff}$) e razão entre comprimento e flecha máxima (L/δ)

Observou-se que, para

$$L/\delta \geq 16, \quad (164)$$

as divergências de força efetiva relativas ($\Delta S_{eff}/S_{eff}$) são inferiores a 6%. Outro parâmetro a ser correlacionado de maneira análoga, é a razão entre a flecha e o diâmetro (δ/D), o que é feito na Figura 38.

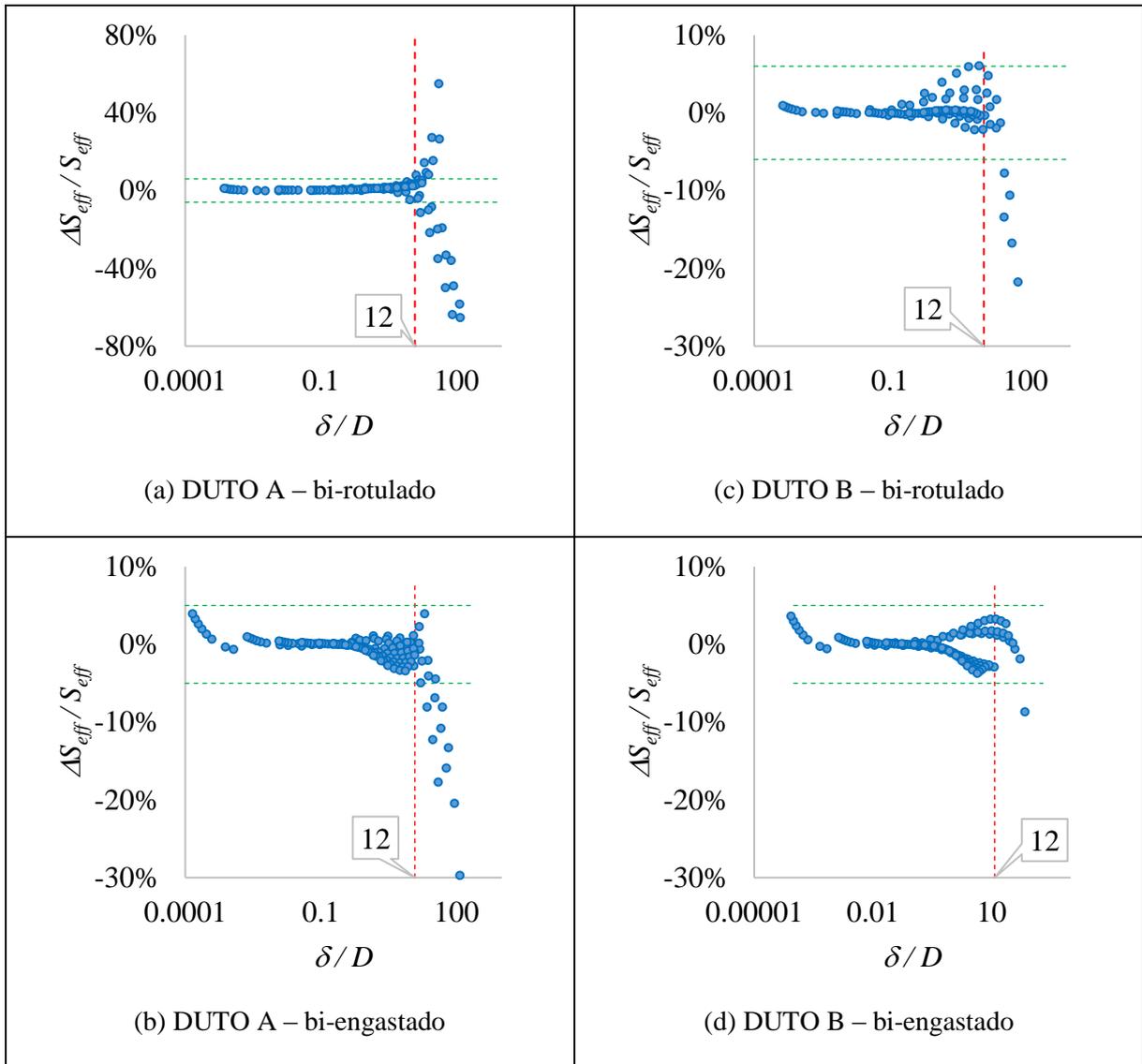


Figura 38: Relação entre divergência de força efetiva relativa ($\Delta S_{eff}/S_{eff}$) e razão entre flecha máxima e diâmetro (δ/D)

Percebe-se que a condição pré-estabelecida de $\Delta S_{eff}/S_{eff} < 6\%$ é atendida para

$$\delta/D \leq 12, \quad (165)$$

complementando a condição da Equação (164). Adicionalmente, observou-se que a flecha máxima calculada apresentava erro relativo elevado para $L/D < 40$, devido ao pequeno valor absoluto nessa condição. Como vãos tão pequenos não têm importância em projetos de dutos

submarinos, eles também serão excluídos nas próximas comparações, considerando-se apenas $L/D \geq 40$.

Vale ressaltar que as divergências calculadas em relação à solução numérica já contemplam erros causados por hipóteses simplificadoras da formulação proposta como a desconsideração do efeito do esforço cortante e a suposição de ângulos muito pequenos de inclinação.

5.1.4 Avaliação detalhada por parâmetro

Nas próximas seções, serão exibidos gráficos com a divergência relativa de resultados entre a metodologia proposta e a solução numérica em ANSYS, ou seja, a diferença do valor calculado entre os dois métodos (Δ) dividida pelo valor calculado numericamente, tido como mais preciso.

5.1.4.1 Força axial efetiva

Para este gráfico (Figura 39), foram suprimidas as condições com $S_{eff}/P_{cr} = 0$, pois o cálculo da divergência relativa correspondente implicaria em divisão por zero, ou valores muito pequenos.

As divergências relativas de força efetiva S_{eff} , conforme almejado pela limitação de condições definida na seção 5.1.3, são inferiores a 6% (em módulo). Excetuando-se as condições com $S_{eff} < 0$ e $L/D > 80$, improvável para cenários reais de projetos, os resultados são inferiores a 4%.

Com aumento gradativo de S_{eff}/P_{cr} , observa-se uma tendência de convergência de erros, o que dispensa a necessidade de testar condições com valores acima do máximo definido anteriormente ($S_{eff}/P_{cr} = 3$) e evidencia que não há limite superior deste parâmetro para aplicabilidade da metodologia proposta. Quanto ao limite inferior, fica mantida o critério $S_{eff}/P_{cr} > -0.75$.

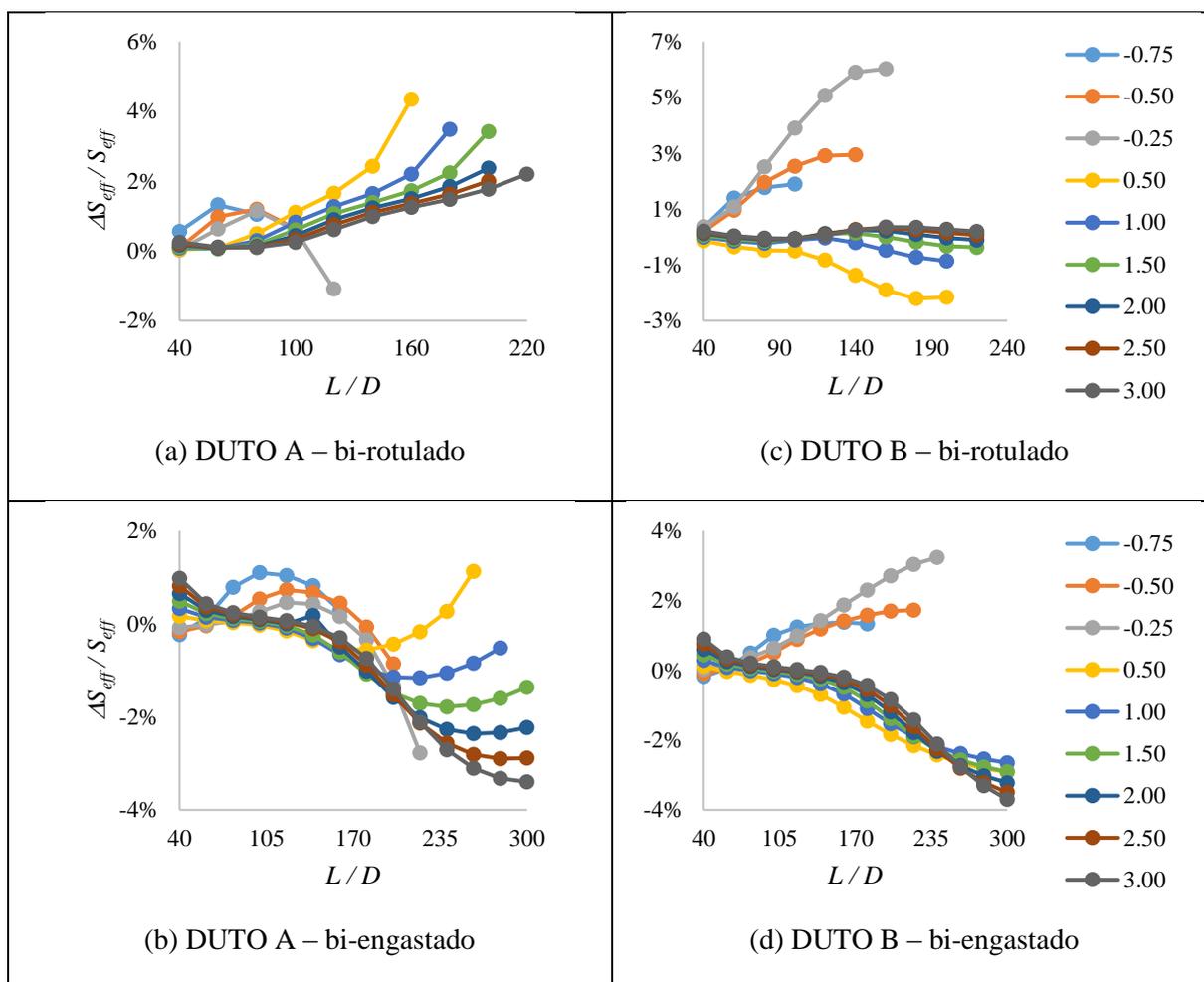


Figura 39: Diferença relativa entre valores de força efetiva calculados pela metodologia proposta e solução numérica em ANSYS ($\Delta S_{eff}/S_{eff}$) para diferentes comprimentos de vão (L/D)

5.1.4.2 Força axial real

Uma vez calculada a força efetiva S_{eff} , a força axial real na parede do duto N_{tr} é obtida pela Equação (50). Assim como no resultado anterior, as condições com S_{eff}/P_{cr} que correspondem a valores de N_{tr} nulos, ou quase, foram suprimidas dos gráficos para evitar divisões por zero. Neste caso, os valores de S_{eff}/P_{cr} que provocam $N_{tr} \cong 0$ variam entre os dutos analisados e a condição (bi-rotulado ou bi-engastado).

Acompanhando os resultados obtidos para S_{eff} , a divergência relativa de N_{tr} foi inferior a 6% em módulo (Figura 40). Esta observação é consistente com o fato de que S_{eff} é definido com base em N_{tr} e as pressões e áreas internas e externas, sendo estes últimos constantes nas análises realizadas. Portanto, é natural que os erros máximos de ambos sejam semelhantes.

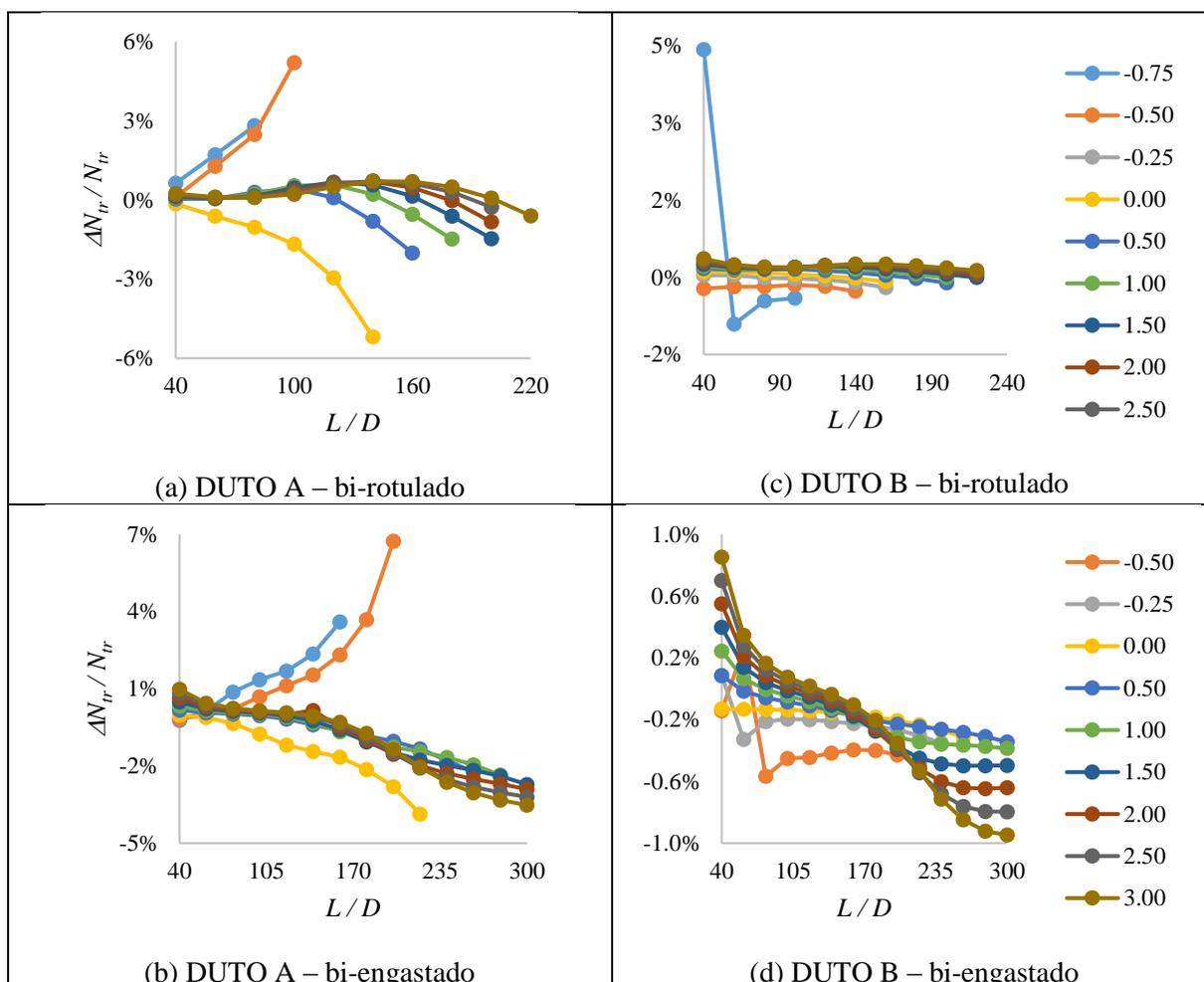


Figura 40: Diferença relativa entre valores de força axial real calculados pela metodologia proposta e solução numérica em ANSYS ($\Delta N_{tr}/N_{tr}$) para diferentes comprimentos de vão (L/D)

5.1.4.3 Flecha máxima

Em seguida, a flecha máxima foi calculada pela equação fornecida pela DNV-RP-F105 (76), cujo valor de S_{eff} requerido foi obtido, previamente, pela metodologia desenvolvida neste trabalho. A intenção do procedimento adotado para este resultado e os próximos é avaliar a compatibilidade da metodologia proposta com as equações da referida norma. Observa-se que as maiores divergências se concentram em $S_{eff}/P_{cr} = -0.75$ e, na outra extremidade da faixa avaliada, combinações de elevados valores de S_{eff}/P_{cr} com pequenos vãos (Figura 41). Esta última faixa, corresponde a flechas muito pequenas, o que torna o erro calculado, relativamente, elevado, porém de menor importância.

Desta forma, para faixa de condições práticas e de relevância, a discrepância relativa observada é inferior a, aproximadamente, 4 % (em módulo).

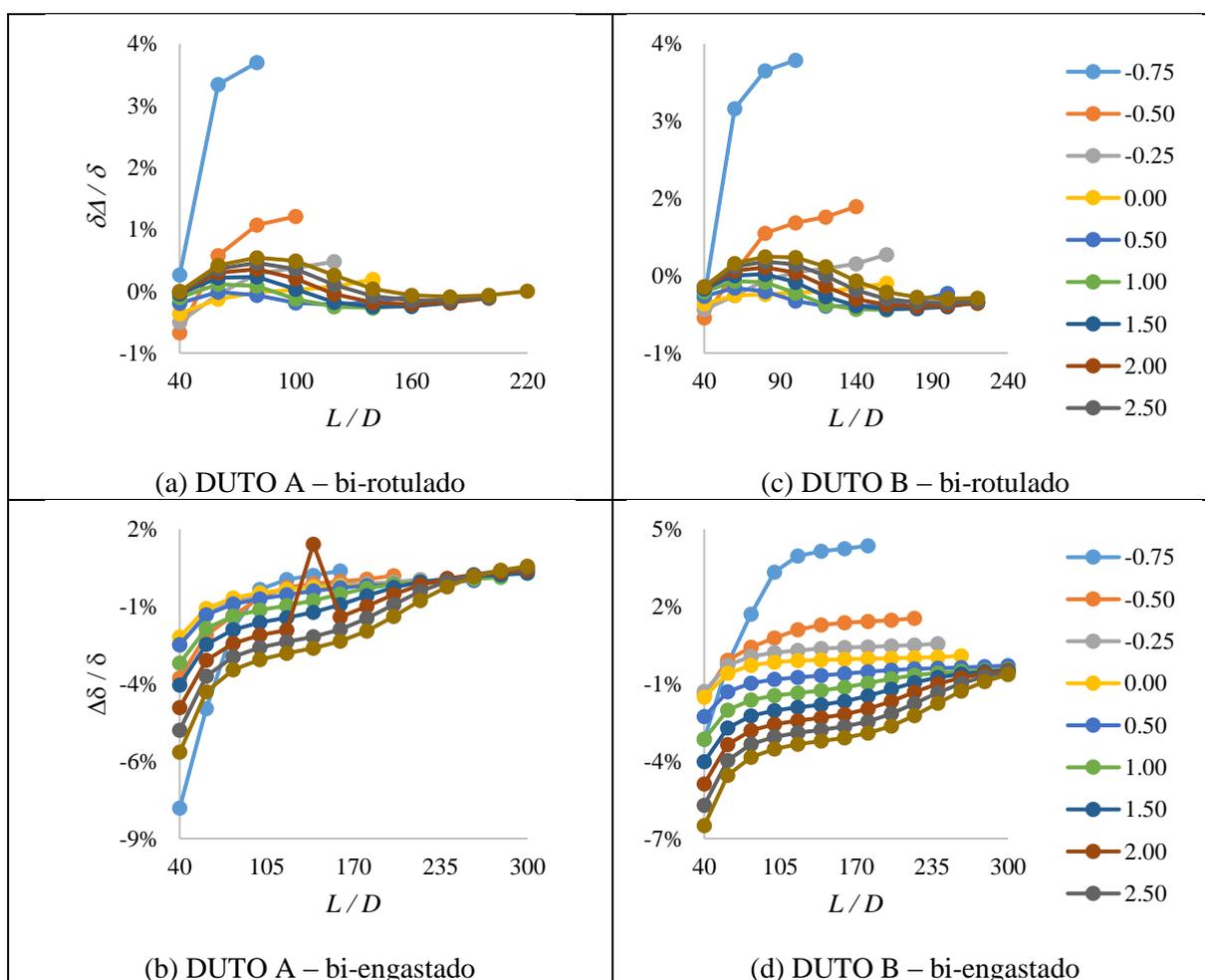


Figura 41: Diferença relativa entre valores de flecha máxima calculados pela fórmula da DNV-RP-F105 e solução numérica em ANSYS ($\Delta\delta/\delta$) para diferentes comprimentos de vão (L/D)

5.1.4.4 Momento

Repetindo o procedimento adotado para a grandeza anterior, após obtido o valor de S_{eff} pela metodologia desenvolvida, o momento foi calculado pela equação da DNV-RP-F105 (72). Para os casos com duto bi-rotulado, as divergências máximas, exibidas na Figura 42, acompanharam a tendência dos resultados de S_{eff} (seção 5.1.4.1), permanecendo abaixo de 7%. Entretanto, com as extremidades engastadas, as divergências obtidas são extremamente elevadas, alcançando razões superiores a 40% (Figura 42 b e d).

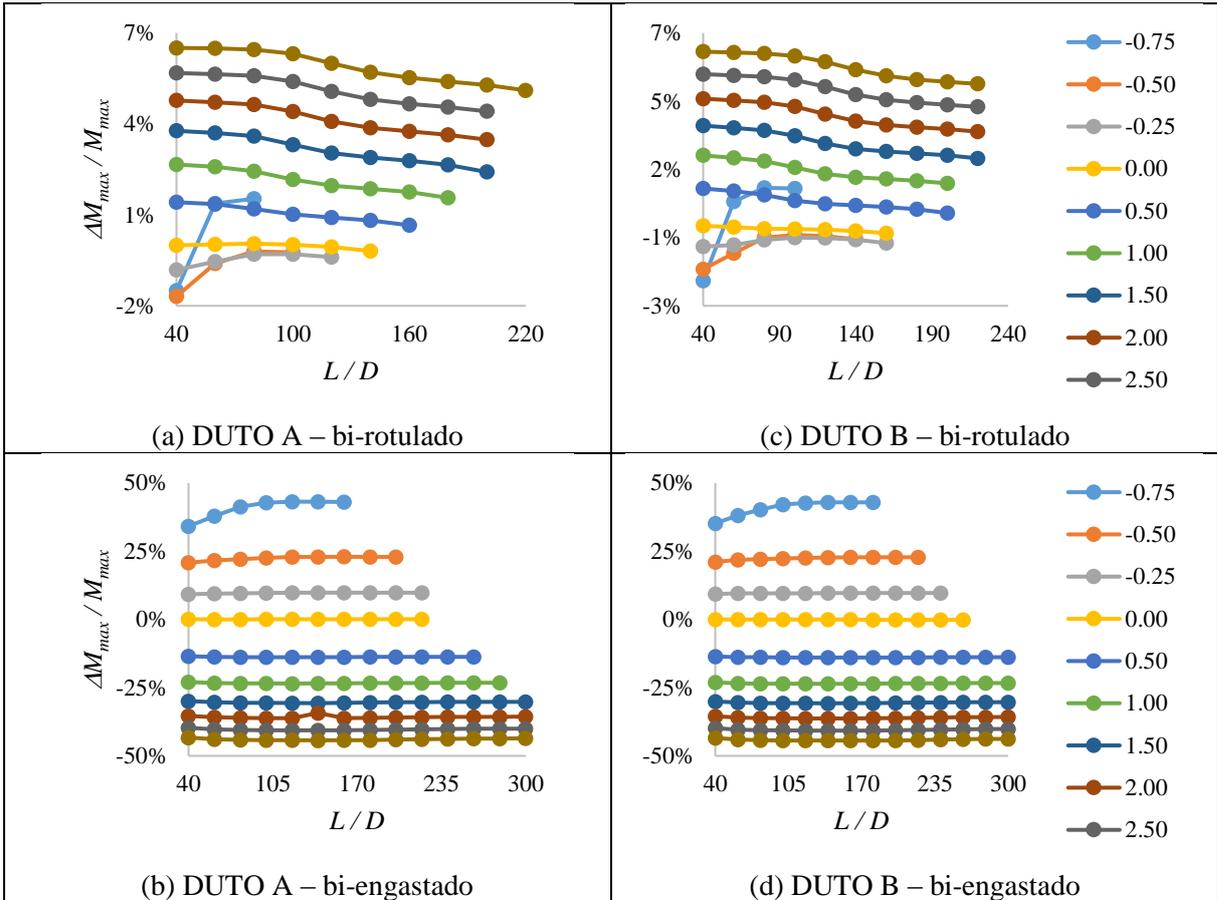


Figura 42: Diferença relativa entre valores de momento máximo calculados pela fórmula da DNV-RP-F105 e solução numérica em ANSYS ($\Delta M_{max}/M_{max}$)

Conclui-se que o erro reside na Equação (72), da DNV, uma vez que os valores de S_{eff} possuem divergências inferiores a 6% (Figura 39). Para confirmar esta afirmação, os momentos para os dutos bi-engastados também foram calculados pela equação

$$M = \begin{cases} q/k^2 [1 - kL(\exp(kL)+1)/2(\exp(kL)-1)] & ; \text{se } S_{eff} > 0 \\ qL^2/12 & ; \text{se } S_{eff} = 0 \\ q[kL/2 \text{sen}(kL)/(1 - \cos(kL)) - 1]/S_{eff} & ; \text{se } S_{eff} < 0 \end{cases}, \quad (166)$$

obtida para o ponto de máximo momento ($x = 0$) a partir da solução analítica da equação Euler-Bernoulli resumida no Quadro 2: Equações para tubo (viga) com força axial constante e conhecida. Vale ressaltar que as equações oriundas da solução analítica exata só podem ser utilizadas uma vez que o valor de S_{eff} é conhecido, o que foi possibilitado pela metodologia proposta.

Com essa alternativa, os resultados obtidos apresentaram erro inferior a 4% (Figura 43). Fica então constatado que a equação fornecida pela DNV-RP-F105 para o cálculo do

momento máximo estático não é válida para duto bi-engastado, ao contrário do que sugere a referida norma.

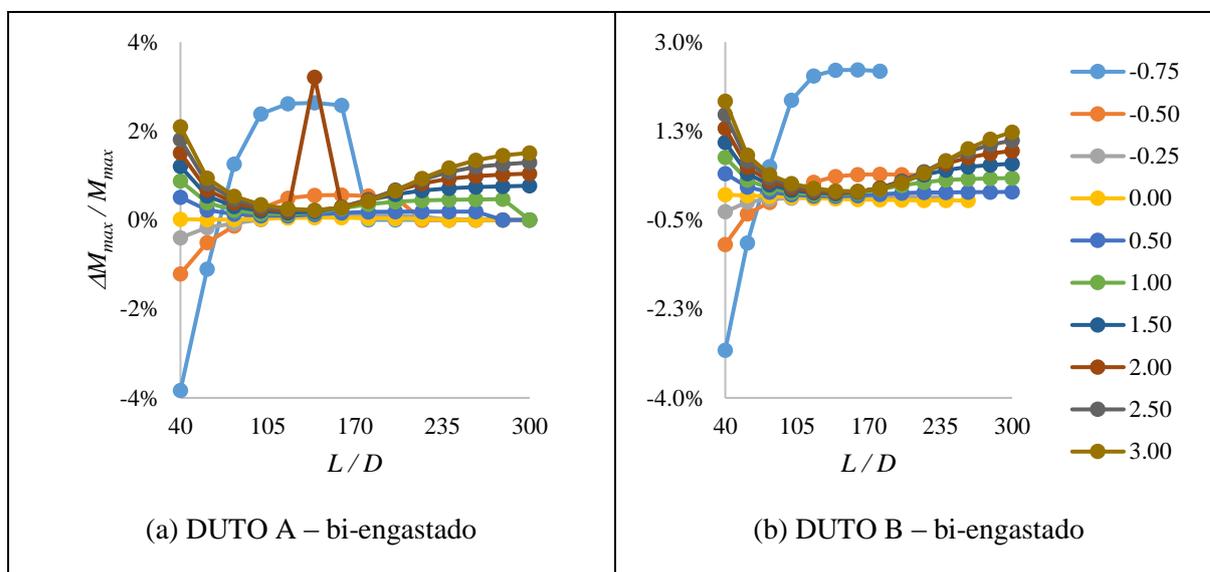


Figura 43: Diferença relativa entre valores de momento máximo calculados pela solução analítica para S_{eff} conhecido e solução numérica em ANSYS ($\Delta M_{max} / M_{max}$)

5.2 AVALIAÇÃO DO MODELO 2D EQUIVALENTE PARA SIMULAÇÃO DE VIV EM VÃOS LIVRES

Nesta seção, será avaliada a metodologia proposta para simular a resposta VIV de vãos livres através de modelos em CFD bidimensionais, de acordo com a simplificação desenvolvida na seção 4.2. A avaliação se dará por meio de comparação com resultados experimentais encontrados na literatura. Dois trabalhos serão referenciados: Li et al (2011), para condição com força axial constante; e Tsalhalis e Jones (1981), com extremidades impedidas de se deslocar axialmente. Os dutos dos experimentos tomados como base serão citados como DUTO C e DUTO D, respectivamente.

5.2.1 Descrição e parâmetros dos experimentos referenciados

Ambos experimentos foram realizados em tanques de corrente com duto a distâncias controladas de uma superfície plana e suas extremidades presas por apoios rotulados. Todos os parâmetros relevantes são listados na Tabela 9.

Tabela 9: Parâmetros dos experimentos adotados como referência

Parâmetros			DUTO C	DUTO D
Descrição	Símbolo		S_{eff} constante (Li et al, 2011)	Extremidades fixas (Tsayalis e Jones, 1981)
Diâmetro ext.	D	mm	16,0	12,7
Espessura	t	mm	0,3	0,889
Comprimento	L	m	2,6	1,921
Folga até o plano (fundo)	e	mm	128 ^b	76,2 ^b
Disposição	-	-	horizontal	vertical
Módulo de Elasticidade	E	GPa	210	68,9
Coefficiente de Poisson	ν	-	0,3 ^c	0,3 ^c
Massa estrutural linear	m_L	kg/m	0,864	0,310
Massa esp. do fluido ext.	ρ_e	kg/m ³	998,6 ^e	1000 ^c
Viscosidade	μ	Pa.s	1,09.10 ⁻³ ^e	1,00.10 ⁻³ ^c
Frequência natural IL ^a	$f_{n,IL}$	Hz	2,1485	4 ^d
Frequência natural CF ^a	$f_{n,CF}$	Hz	2,2461	4 ^d
Razão de amortecimento	ζ	%	4,874	0,8
Faixa de velocidade	U	m/s	0 ~ 0,60	0,18 ~ 0,66
Massa relativa	m^*		4,30	2,45
Razão de comprimento	L/D		162,5	151,2
Faixa de velocidade reduzida	U_R	-	0 ~ 16,7	3,5 ~ 13
Razão da folga até o plano	e/D		8 ^b	6 ^b
Número de Reynolds	Re		≤ 9600	2300 ~ 8400

^a Frequência natural de vibração submersa.
^b e/D escolhido para análise entre outros disponíveis
^c Valor adotado por falta de dados.
^d Tubo na vertical
^e Por falta de dados, calculado para água à 17 °C (WHITE, 2010, p. 30)

No entanto, duas diferenças impactantes merecem ser destacadas. O experimento de Li et al (2011) continha um sistema de roldanas que ligava, por meio de um cabo, uma massa pendurada de 12,7 N à extremidade do tubo. Esta última, era fixada em uma rótula por um aparato que permitia apenas o movimento axial. Sendo assim, pode-se considerar que se tratava de um duto com força axial efetiva constante e igual ao peso pendurado. Por outro lado, o experimento de Tsahalis e Jones (1981) mantinha as extremidades do tubo impedidas de se mover axialmente. Portanto, o DUTO C é caracterizado, especificamente, pelo objeto da metodologia desenvolvida na seção 4.2.2.1, enquanto o DUTO D tem condição equivalente à tratada na seção 4.2.2.2.

Outra diferença diz respeito à direção em que os dutos foram instalados, sendo horizontal do DUTO C e vertical no D. Uma consequência imediata é que o primeiro duto terá frequências naturais de repouso (sem corrente) na água diferentes para direção IL e CF, conforme listado na Tabela 9, ao contrário do segundo. No entanto, sob efeito da corrente, as

frequências IL e CF de um duto com extremidades fixas tenderão a ser diferentes, devido a não linearidade da rigidez equivalente, conforme discutido na 4.2.2.2.

Uma dificuldade de ordem prática para reprodução numérica do experimento referente ao DUTO D foi encontrada pelo fato de que Tsahalis e Jones (1981) informaram as frequências naturais seca e imersa como iguais a 4,8 Hz e 4,0 Hz, respectivamente, porém não citou a que amplitude máxima de vibração este valor foi obtido. Segundo o autor, uma calibração foi realizada, ajustando-se a distância entre as extremidades para que a frequência natural na água chegasse ao valor citado. Vale lembrar que, de acordo com as conclusões inferidas na seção 4.2.2.2, o valor de f_n varia com A_{max} (Figura 34).

Para contornar esse impasse, arbitrou-se por buscar $f_n = 4$ Hz submerso (com massa de água adicionada) e $f_n = 4,8$ Hz emerso (sem massa de água adicionada) para valores A_{max}/D muito pequenos, o que pode ser calculado por análise numérica modal ou pela Equação (77). Verificou-se que o ajuste necessário para esta condição corresponde à uma distância entre apoios exatamente igual ao comprimento do tubo relaxado (sem cargas aplicadas). No entanto, vale ressaltar que, devido à falta de mais informações quanto ao referido ajuste do experimento, não há garantias desta suposição e, conseqüentemente, poderá ser a causa de discrepâncias nos resultados.

5.2.2 Cálculo dos parâmetros equivalentes

Com base no procedimento resumido no fluxograma da Figura 35, a massa e rigidez de mola equivalentes foram calculados para ambos os dutos (Tabela 10).

Tabela 10: Parâmetros do modelo bidimensional equivalente

Parâmetros			DUTO C	DUTO D
Descrição	Símbolo	Und.	(S_{eff} constante)	(extremidades fixas)
Massa equivalente	m_{eq}	kg/m	1,16 (IL) 1,04 (CF)	0,497 (IL e CF)
Rigidez da mola equivalente	K_{eq}	N/m/m	247,4	Curva q x δ_{eq} (Figura 44)

No caso do DUTO D, para o qual a mola equivalente tem comportamento não linear, a curva foi obtida pela metodologia proposta para o cálculo de S_{eff} , calculado pela Equação (153) para um determinado valor de q . O valor de δ é então determinado para $\delta = v(x=L/2)$ a partir de S_{eff} , através das Equações (142) e (141). O procedimento é repetido para diversos valores de q , convertendo-se δ para $\delta_{eq} = C_{eq} \delta$, até formar o gráfico representado na Figura 44.

Em todos os pontos calculados, o valor de S_0 foi considerado como equivalente à compressão inicial de 0,13 mm, correspondente à calibração de f_n feita no experimento, conforme comentado na seção 5.2.1.

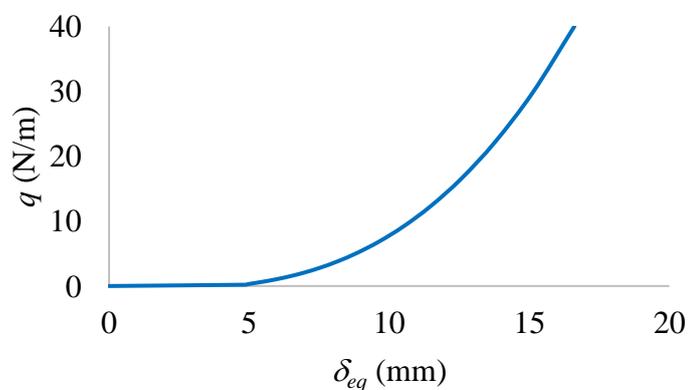


Figura 44: Curva carga distribuída *versus* deslocamento para mola do modelo 2D equivalente (DUTO D)

Observa-se que o tubo tem uma deformação de, aproximadamente, 5 mm, para carga, praticamente, nula. Este efeito é causado pelo ajuste inicial mencionado. O valor de m_{eq} foi obtido iterativamente a fim de ajustar a condição da frequência natural $f_n = 4,8$ para $A_{max}/D = 0,9$.

Os dados listados na Tabela 10, junto com o diâmetro externo do duto e as propriedades do fluido (Tabela 9), são suficientes para definição do modelo bidimensional equivalente.

5.2.3 Simulação CFD com FSI

Nesta seção, serão descritas todas as informações pertinentes à implementação do modelo numérico CFD com base nos parâmetros listados nas seções 5.2.1 e 5.2.2. Numa etapa inicial da pesquisa, dois softwares foram utilizados paralelamente: ANSYS Fluent v17 e ANSYS CFX v17. O primeiro, apresentou maior eficiência computacional, com tempo de processamento cerca de 15 % menor. No entanto, dificuldades com a adequação da deformação da malha para acomodar os deslocamentos do cilindro levaram a utilizar-se apenas o segundo, que possui maior robustez para executar essa tarefa. O domínio estrutural, caracterizado pelo sistema massa-mola-amortecedor, foi simulado através do ANSYS Mechanical v17.

Realizar análises em CFD não é uma tarefa trivial, pois exige conhecimento tanto do fenômeno quanto de detalhes do método numérico envolvido. Uma discretização de domínio

inadequada ou escolha inapropriada do modelo de turbulência pode levar a resultados totalmente equivocados. Para evitar isso, buscou-se adotar “boas práticas” determinadas por diversos trabalhos anteriores (GUILMINEAU; QUEUTEY, 2004; ONG et al., 2009; STRINGER; ZANG; HILLIS, 2014; ZHAO; CHENG, 2011).

A seguir, serão descritas as configurações numéricas adotadas, detalhes da discretização e condições de contorno do domínio fluido e a descrição do domínio sólido (estrutural).

5.2.3.1 Esquemas e configurações numéricas

Na maioria dos trabalhos numéricos envolvendo o fenômeno de VIV, o modelo de turbulência que oferece melhores resultados é o SST $k-\omega$, por possibilitar uma representação mais adequada dos gradientes de pressão e velocidade adversos (ZHAO; CHENG, 2011). No entanto, devido ao número de Re , relativamente, baixo (< 10.000) dos experimentos (Tabela 9), foi adotado o modelo $k-\omega$, que tem menor custo computacional. Também em busca de economia no tempo de processamento, foi escolhido o esquema advectivo *Upwind* de primeira ordem (seção 3.3.3.2) e transiente de primeira ordem, conforme a Equação (104).

Foi adotada uma tolerância para raiz da média quadrática (RMS) de 10^{-4} para os resíduos numéricos de massa, momentum nas três direções, k e ω (seção 3.3.2). Foi permitido um máximo de 10 iterações para o cálculo dos coeficientes das equações de turbulência e também 10 para a convergência do acoplamento fluido-estrutura, com tolerância de 0,01.

Para escolha do passo de tempo mais adequado, foi considerado o número de Courant, definido por

$$Cr = u \frac{\Delta t}{\Delta x} + v \frac{\Delta t}{\Delta y}, \quad (167)$$

onde Δt é o passo de tempo; u e v são as componentes da velocidade em x e y , respectivamente, e Δx e Δy são as dimensões da célula. Ele avalia, basicamente, o efeito advectivo, quando calculado pelo MDF, que é esquema adotado pelo MVF para cálculo do avanço no tempo.

Normalmente, os algoritmos CFD exigem $Cr < 1$ como critério de estabilidade. No entanto, o CFX utiliza uma solução com acoplamento pressão-velocidade e iterações que recalculam os coeficientes das equações num mesmo passo de tempo, o que permite uma convergência adequada para valores maiores de Cr . Neste trabalho, foi adotado o critério de $Cr < 4$ para os casos de maior amplitude de vibração e $Cr < 10$ para os demais. Como as

velocidades em cada ponto não são conhecidas antes da simulação, esta condição deve ser checada no pós-processamento de cada caso. Limitar o valor de Cr significa atrelar o passo de tempo ao tamanho das células da malha e à velocidade do escoamento, ou seja, quanto mais refinada a discretização e/ou maior a velocidade, menor deve ser o passo de tempo definido.

Atendendo ao critério supracitado, o passo de tempo utilizado para o DUTO C foi $\Delta t = 7.10^{-4}$ s, cujo adimensional $U\Delta t/D$ máximo corresponde a 0,025 e $\Delta t = 1.10^{-3}$ s, correspondendo a $U\Delta t/D < 0,052$ para o DUTO D. As simulações foram mantidas pelo tempo mínimo necessário para atingir oscilações repetidas em ciclos iguais em cada valor de U_R analisado.

5.2.3.2 Discretização do domínio fluido

Foi utilizado o gerador de malha disponibilizado pelo próprio pacote ANSYS no ambiente Workbench, denominado ANSYS Meshing. As discretizações utilizadas em escoamentos ao redor de cilindros podem ser classificadas, basicamente, em dois tipos: malhas totalmente estruturadas e híbridas (Figura 45).

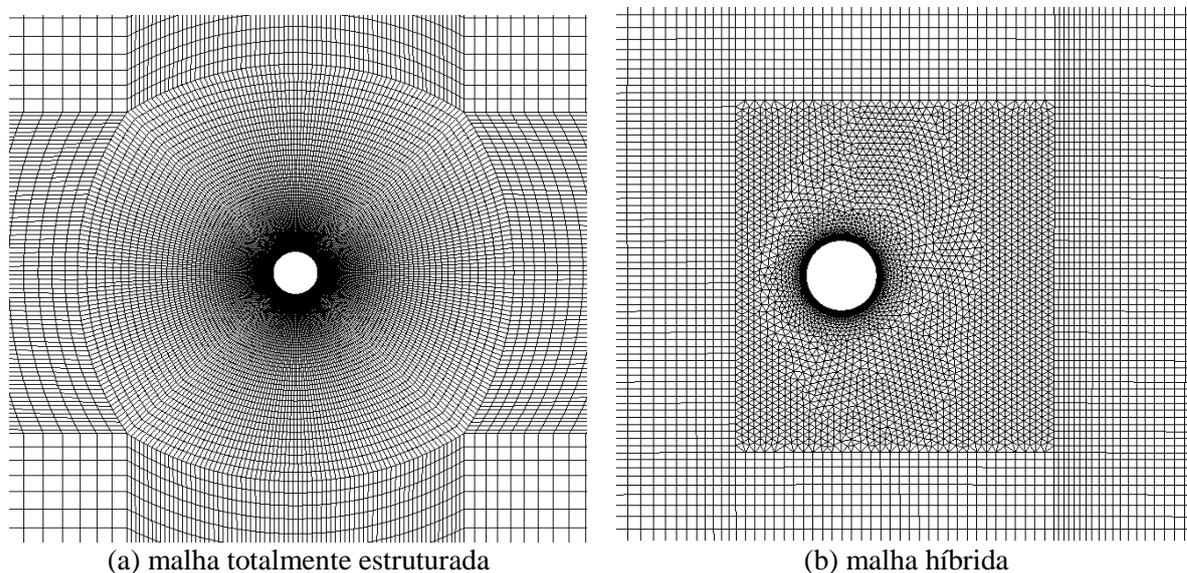


Figura 45: Malha estruturada e híbrida para escoamentos externos à cilindros

Nas estruturadas, todo o domínio é discretizado em elementos retangulares (ou hexaédricos), que são dispostos em fileiras e colunas, mas podem variar de tamanho ao longo do domínio. As malhas híbridas utilizam elementos retangulares na região adjacente ao cilindro e ao redor do domínio, com elementos triangulares (ou tetraédricos) na transição (Figura 46).

Análises preliminares, realizadas no presente trabalho, revelaram que a malha híbrida produz uma substancial redução de número de células, pois permite uma rápida transição entre a região refinada próxima ao tubo e a área ao redor, sem perda significativa de precisão. Portanto, esta (Figura 46b) foi a adotada nas análises seguintes.

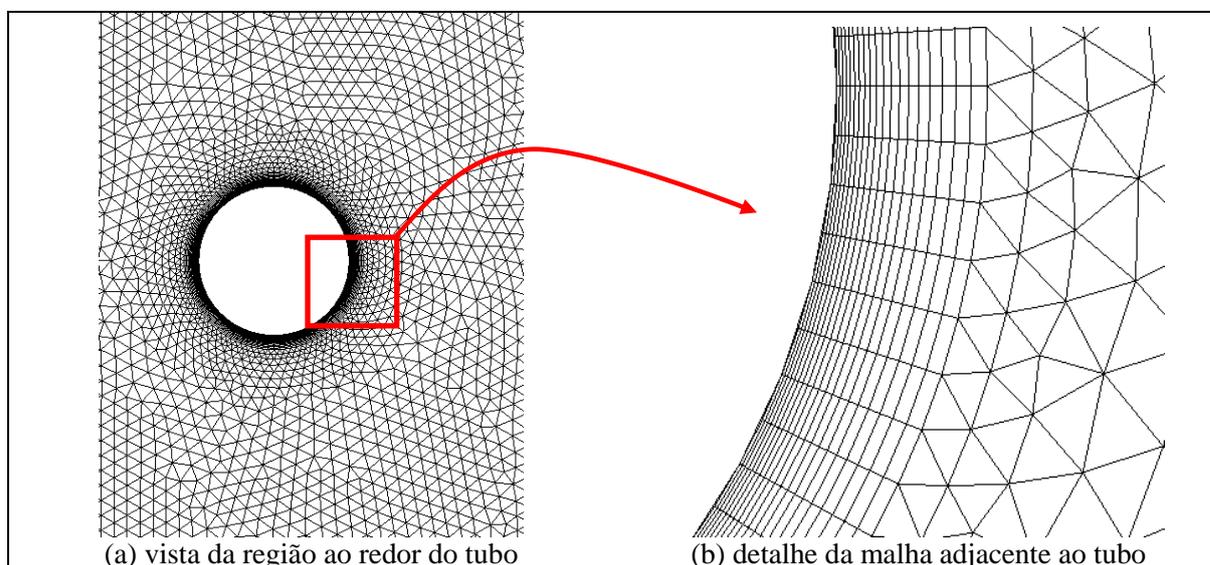


Figura 46: Malha adjacente ao tubo

A região mais crítica para a simulação é a próxima a parede do tubo, pois é nela que se dá o desenvolvimento da camada limite e onde ocorre o desprendimento dos vórtices. Para garantir precisão e eficiência do modelo, o refinamento deve ser adequado para capturar os efeitos na camada limite, impactando o mínimo possível no custo computacional.

A condição necessária para a altura dos primeiros elementos a partir da parede do tubo é $y^+ < 2$ (seção 3.3.2.3). O valor de y^+ depende do campo de escoamento e, conseqüentemente, só pode ser verificado no pós-processamento. Para evitar desperdício de simulações e garantir boa precisão, neste trabalho foi objetivado $y^+ < 1,5$. Uma estimativa inicial pode ser obtida pela teoria de placa plana:

$$y_1 = D y^+ \sqrt{74} Re_L^{-13/14}, \quad (168)$$

onde y_1 é a altura e Re o número de Reynolds para o comprimento característico L , assumido como igual ao diâmetro D .

Após definida a altura da primeira camada de elementos, deve ser determinado o comprimento deles. Para isso, adotou-se uma razão entre comprimento e altura igual a 20 e um mínimo de 100 divisões circunferenciais. As demais camadas foram definidas por um aumento em progressão geométrica com razão que garantisse um mínimo de 10 nós na camada limite.

Na região mais externa, os elementos foram definidos com tamanho aproximado de $0,1D$. Para tal, foi necessária uma camada intermediária, que faz a transição entre elementos com comprimento definido pelas divisões circunferenciais para os elementos da região externa (Figura 47).

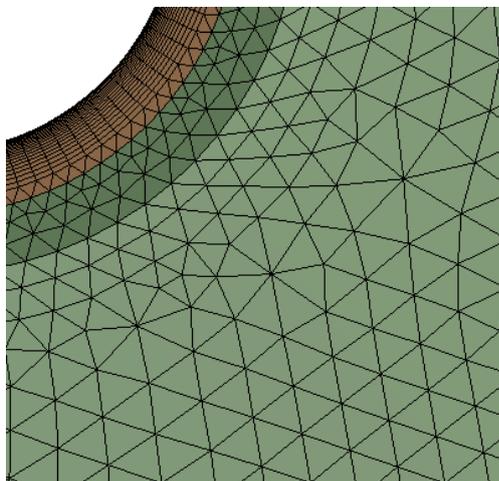


Figura 47: Transição entre camada limite e região externa

Para o restante do domínio, onde há apenas malha estruturada, foi aplicada uma expansão em direção aos contornos com razão 1,08 (Figura 48). Próximo ao fundo, outro refinamento foi aplicado, com o intuito de garantir boa precisão da função de parede, o que exige $y^+ < 300$ (seção 3.3.2.3).

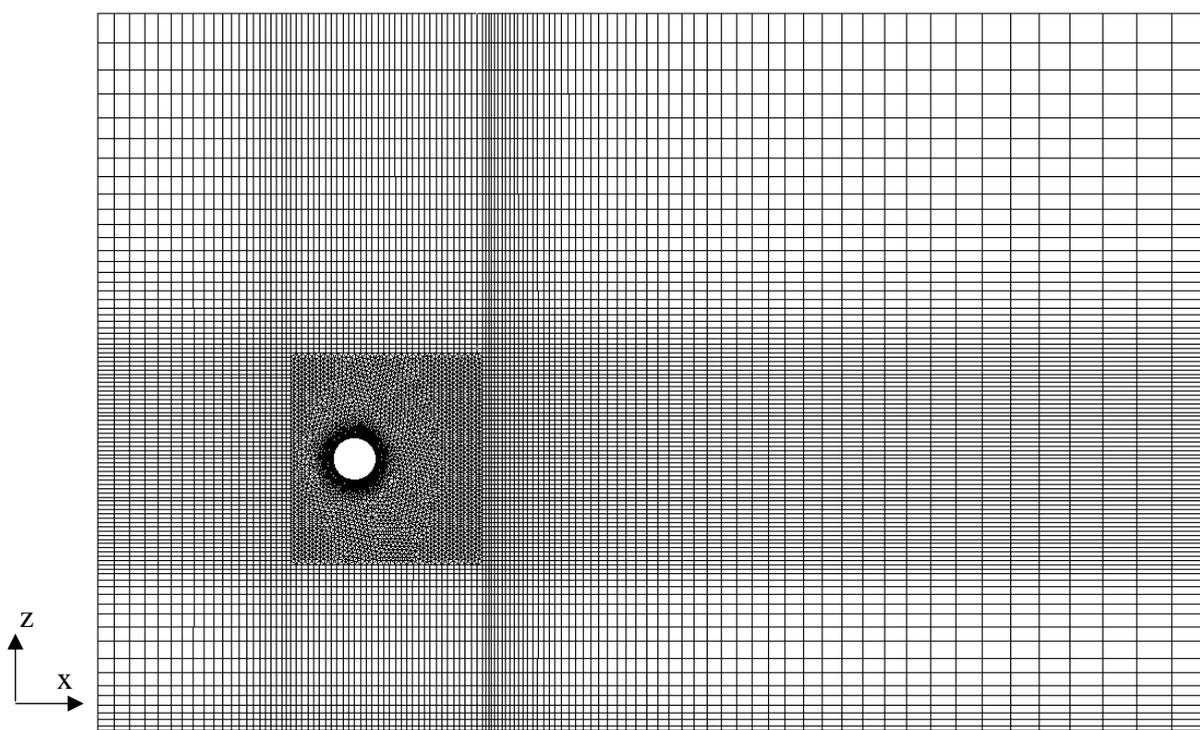


Figura 48: Vista geral da malha com expansão da malha até os contornos

No total, foram necessários cerca de 20 mil elementos, definidos por 30 mil nós, com uma pequena variação entre os dutos C e D e entre as diferentes velocidades, de acordo com o atendimento aos critérios mencionados.

Vale ressaltar que a malha adotada tem refinamento suficiente para representação adequada da esteira de vórtices apenas na região mais próxima ao duto (retângulo central da Figura 48), onde o desenvolvimento das recirculações tem maior impacto para as forças exercidas no duto.

5.2.3.3 Condições de contorno e dimensões do domínio

Como condições de contorno, foram aplicados:

- Entrada: velocidade em x igual a velocidade média da corrente ($u = U$), incrementada, gradualmente, desde $U_R = 2$ até a velocidade desejada.
- Saída: pressão hidrostática nula ($p = 0$).
- Topo: condição de deslizamento livre, ou seja, tensão de parede nula ($\tau_w = 0$).
- Fundo: parede lisa com velocidade nula ($u = 0$ e $v = 0$).

Para determinação das dimensões mínimas necessárias, um estudo independente foi realizado, variando-se até o ponto em que os contornos influenciavam na frequência ou intensidade do desprendimento de vórtices, a partir de dimensões utilizadas com sucesso por diversos autores, entre eles: Bao et al (2016); Ong et al (2009); Stringer, Zang e Hillis (2014) e Zhao e Cheng (2011). Após diversas análises, chegou-se às dimensões otimizadas conforme ilustrado na Figura 49.

Quanto à distância do tubo ao fundo (e), foi selecionado o caso $e = 8D$ para o DUTO C e $e = 6D$ para o DUTO D. Os efeitos da gravidade puderam ser desprezados, pois o DUTO C tem comportamento linear, conforme demonstrado na seção 4.2.2.1 para força axial constante, e o experimento do DUTO D foi realizado na vertical. Portanto, o esquema representado na Figura 49 pôde ser utilizado para ambos os casos.

Embora o problema da metodologia simplificada seja, conceitualmente, bidimensional, o *software* empregado permite apenas simulações tridimensionais. Sendo assim, o modelo 3D equivalente é definido por uma espessura de $0,1D$ e aplicação de condições de simetria nas faces perpendiculares ao eixo y .

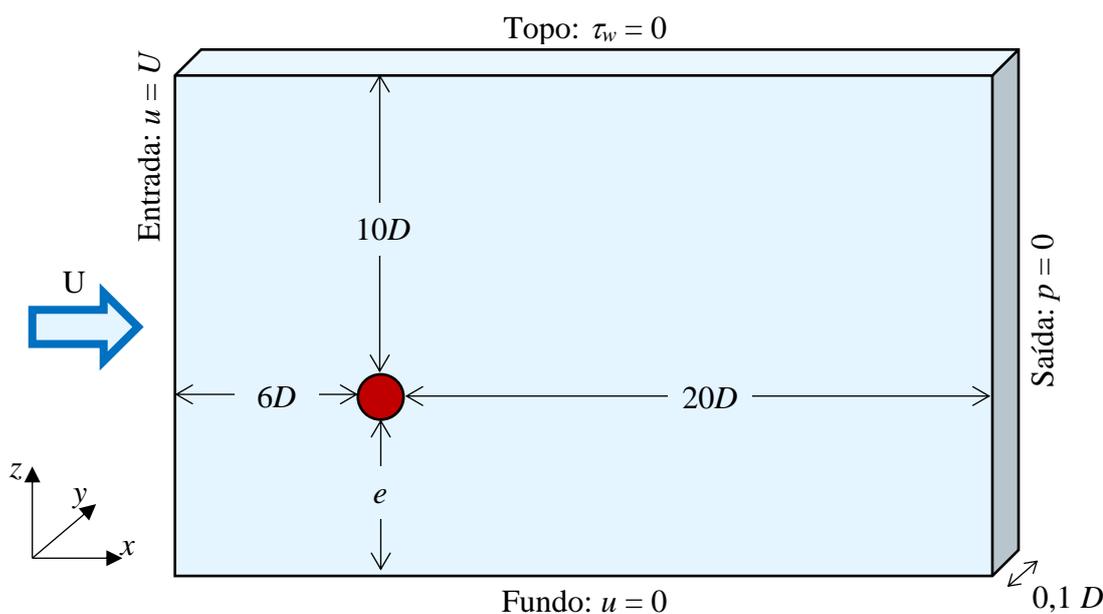


Figura 49: Condições de contorno e dimensões do domínio

5.2.3.4 Modelo do sistema massa-mola-amortecedor (domínio estrutural)

O domínio estrutural, constituído pelo sistema massa-mola-amortecedor, foi modelado no *software* ANSYS Mechanical v17, baseado no MEF. Embora o próprio ANSYS CFX tenha recursos para definir regiões correspondentes a corpos rígidos com apoios elásticos, o uso de outro *software* se fez necessário para considerar massa IL diferente da massa CF, no caso do DUTO C, e mola não linear, no caso do DUTO D.

A parede do tubo foi discretizada com elementos do tipo SHELL181, cuja única função é gerar superfícies e nós para a transferência de carga entre os *softwares*. O número de divisões circunferenciais é igual à metade do aplicado no domínio fluido. Todos esses nós foram acoplados a um nó central, onde foi definido o elemento MASS21, que permite definição de massas diferentes para as direções x e z , conforme requerido pelo método em questão. Esse elemento foi implementado via comandos manuais na linguagem própria do ANSYS (APDL – *Ansys Parametric Design Language*).

Para o caso do DUTO C, as molas foram representadas pelo elemento mola-amortecedor linear COMBIN14 (Figura 50), definidos com comprimentos muito grandes, cerca de $300D$, para evitar que os deslocamentos interfiram na direção da força aplicada. As molas foram fixadas numa ponta e acopladas ao nó central na outra.

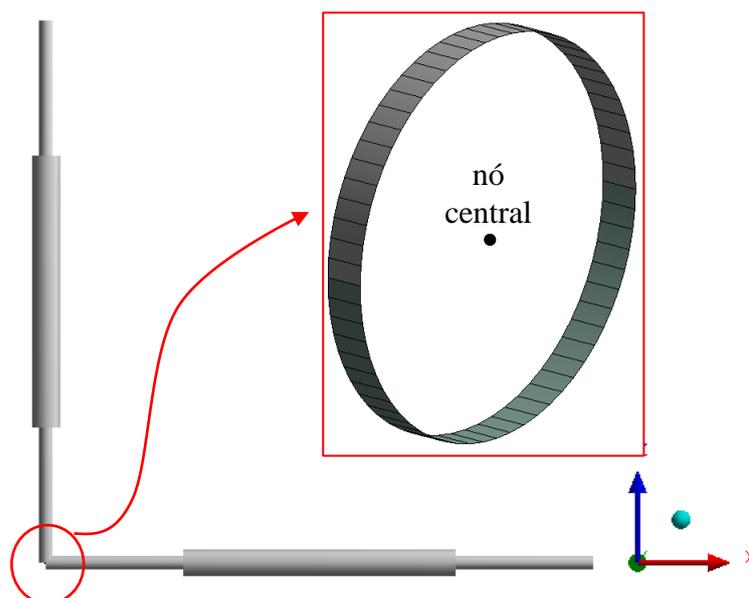


Figura 50: Modelo estrutural com mola-amortecedores IL e CF e parede do tubo (DUTO C)

Já no caso do DUTO D (Figura 51), o elemento COMBIN14 foi empregado para representar o efeito de amortecimento e o COMBIN39 para o comportamento elástico não linear. A mola foi definida com um comprimento inicial muito pequeno (0,1 mm), para não invalidar a curva $q \times \delta_{eq}$, conforme observado na seção 4.2.2.2.

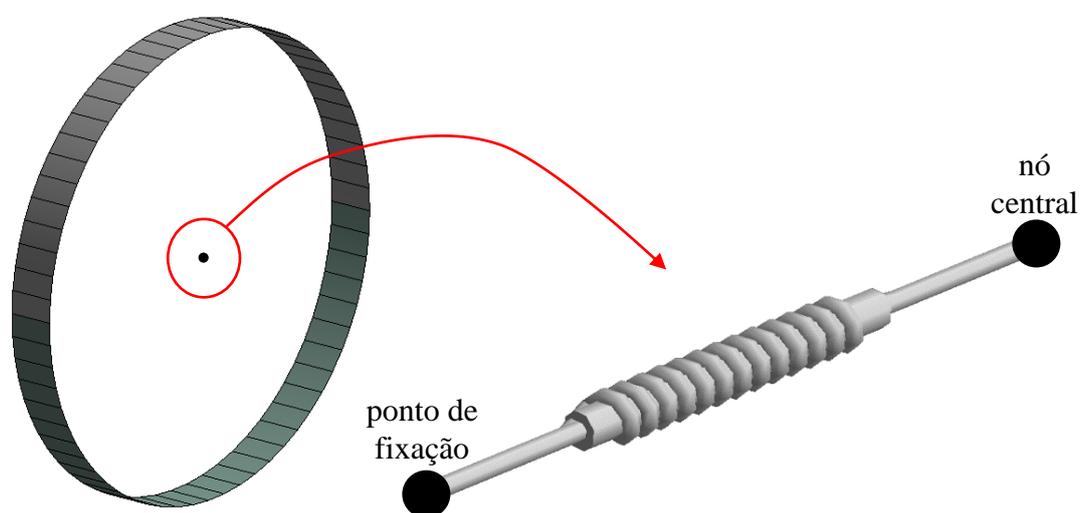


Figura 51: Modelo estrutural com mola, amortecedor e parede do tubo (DUTO D)

A opção de cálculo não linear geométrico foi habilitada (comando “NLGEOM,ON”) e o passo de tempo foi definido como o mesmo do domínio fluido (CFX).

5.2.4 Resultados

Os resultados são analisados, primeiramente, quanto ao aspecto qualitativo esperado para o comportamento do fluido, conforme observações experimentais citadas na seção 2.3.1. Na etapa seguinte, as respostas de amplitude e frequência de vibração obtidas numericamente são comparadas com os dados experimentais disponíveis.

5.2.4.1 Análise qualitativa

Foram gerados gráficos dos campos de vorticidade para ambos os dutos em tempos diferentes de simulação com a opção “*Velocity.Invariant Q*”, fornecida pelo ANSYS CFX, especificando-se uma escala logarítmica com valores limitados de 1 a 10.000. Devido à limitação da malha adotada, conforme comentado na seção 5.2.3.2, apenas os vórtices mais próximos ao tubo podem ser, efetivamente, considerados.

O desprendimento de vórtices do DUTO C para $U_R = 3,0$ (Figura 52a) ocorre, praticamente, de maneira simultânea em ambos os lados, não havendo a alternância necessária para que ocorra oscilação transversal à direção do escoamento (CF). Portanto, pode-se presumir que, nesta velocidade, há oscilação significativa apenas na direção IL. Já para $U_R = 5,6$ (Figura 52b), pode-se observar vórtices gerados alternadamente e o desalinhamento das recirculações na esteira, o que é característico do modo 2P (seção 2.3.1.1).

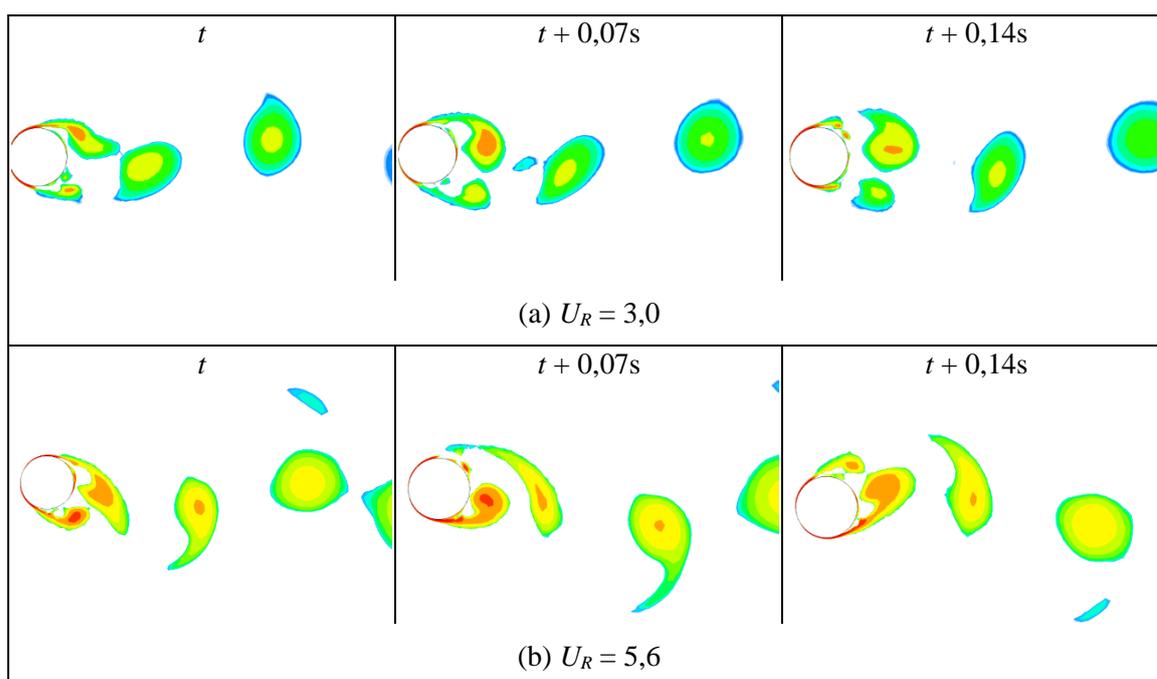


Figura 52: Campos de vorticidade na esteira de vórtices (DUTO C) para tempos consecutivos espaçados de 0,07 segundo

Quanto ao DUTO D, comportamentos semelhantes são observados a partir da Figura 53, porém, para velocidades reduzidas U_R diferentes.

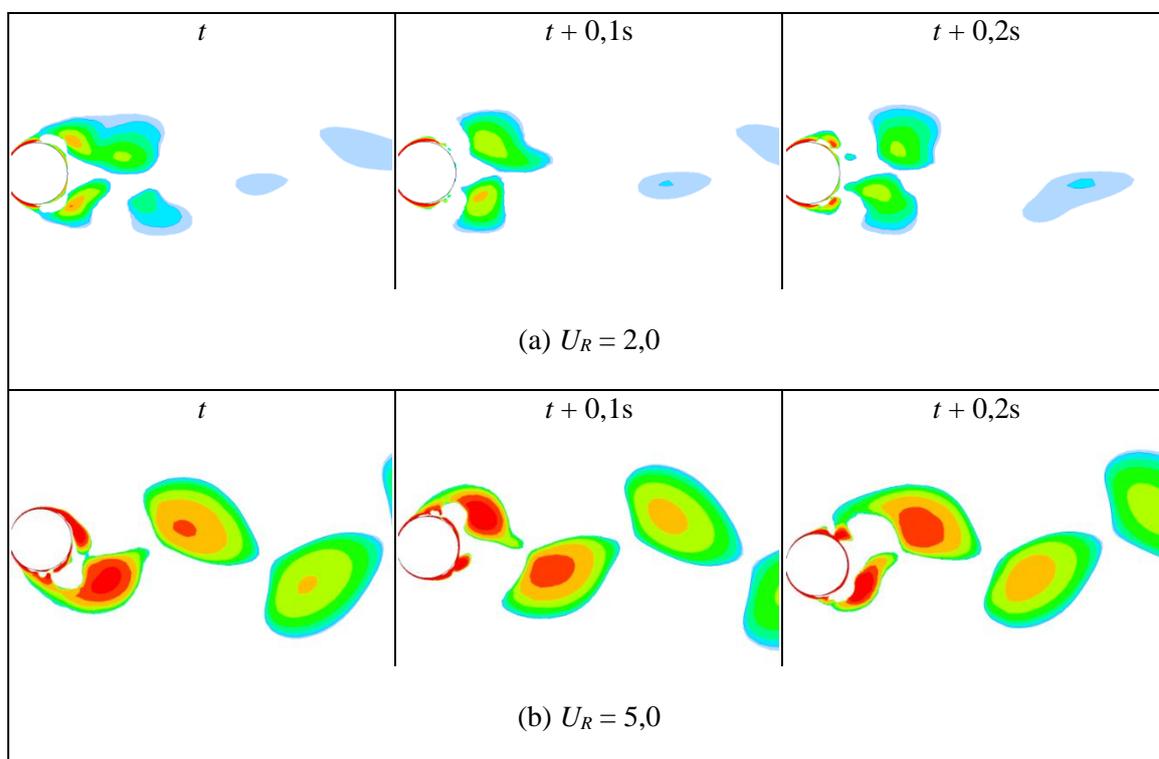


Figura 53: Campos de vorticidade na esteira de vórtices (DUTO D) para tempos consecutivos espaçados de 0,1 segundo.

Conforme esperado para os valores, relativamente, baixos de Reynolds aplicados ($Re < 10.000$), a análise da energia cinética turbulenta k apresentou valores muito pequenos em todo o domínio, com pontos de máximos ocorrendo próximo à camada limite (Figura 54).

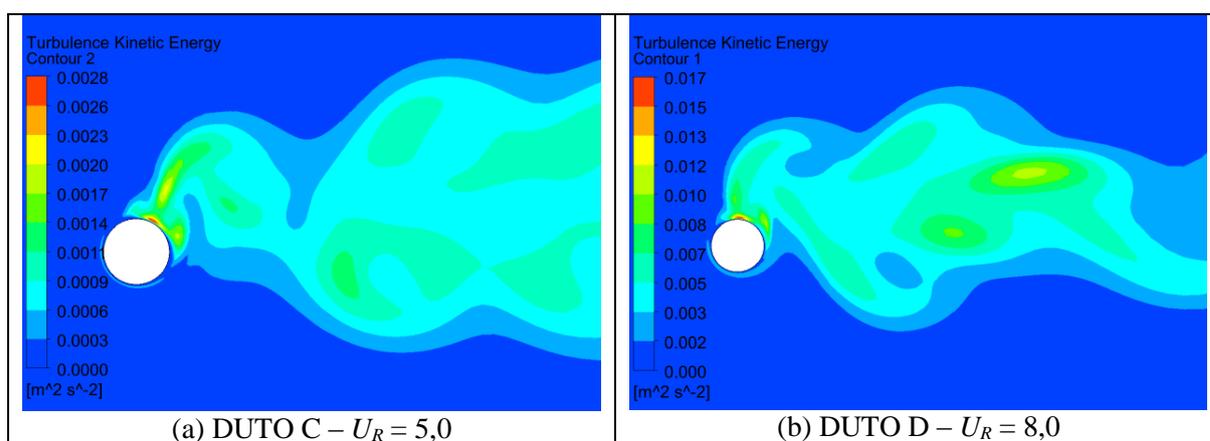


Figura 54: Energia cinética turbulenta, k .

Os valores do número de Courant permaneceram dentro do limite desejado (Figura 55), conforme critério estabelecido na seção 5.2.3.2.

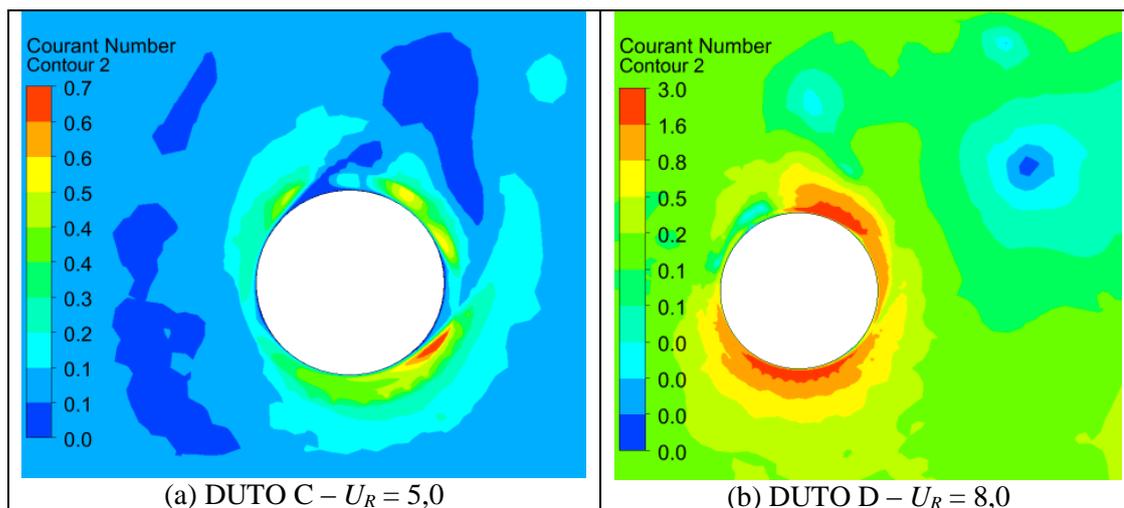


Figura 55: Número de Courant, Cr .

Para verificar se a malha adotada próxima à parede do duto atende aos requisitos necessários para uma boa representação da camada limite, o gráfico com velocidades resultantes próximas ao tubo foi analisado (Figura 56). Observa-se que a camada com gradiente intenso de velocidades (com rápida variação de cores extremas) na direção normal à superfície do tubo está completamente compreendida na região com elementos retangulares em expansão gradual.

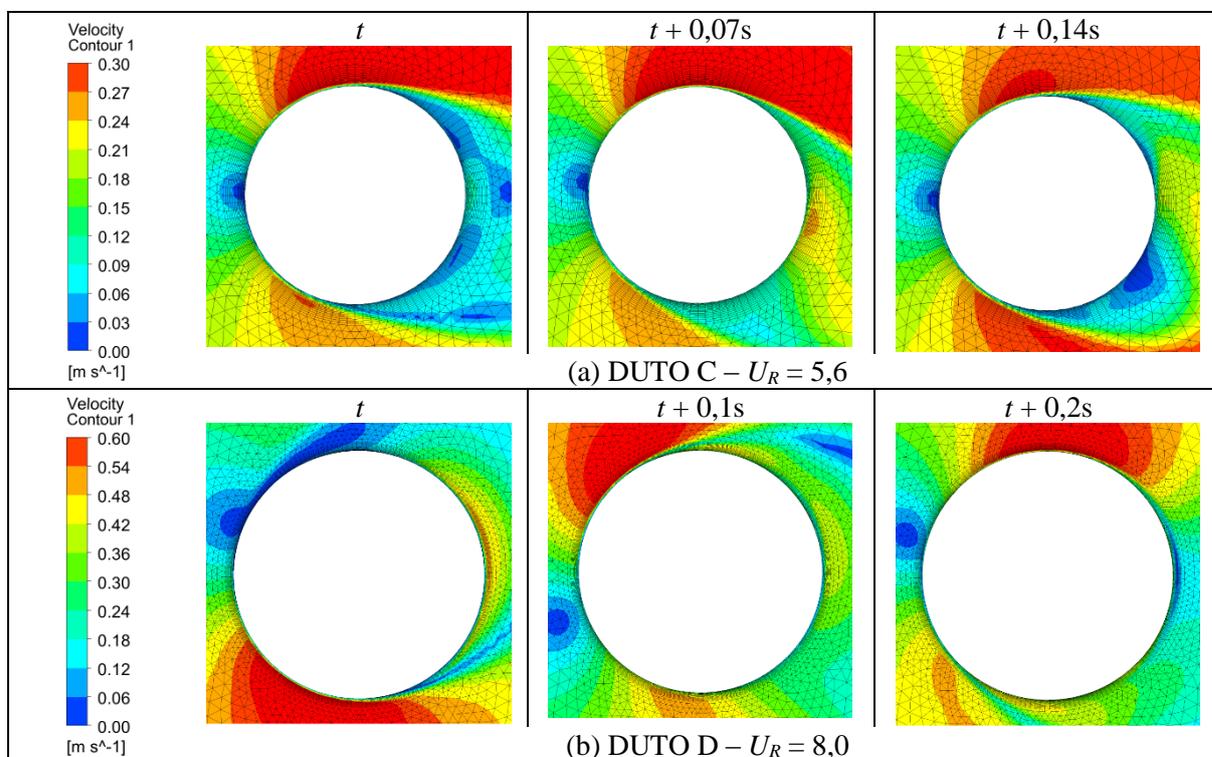


Figura 56: Velocidade resultante próxima aos dutos C e D em diferentes passos de tempo.

O movimento do tubo no plano, plotado pelas posições x e z em diversos passos de tempo, é apresentado na Figura 57. Conforme observado em diversos trabalhos experimentais disponíveis na literatura (seção 2.3.1.2), foi constatado um nítido traçado no formato de “8” para $U_R = 5,6$ (Figura 57b). No entanto, para $U_R = 5,0$ (Figura 57a), o traçado não se estabilizou, o que indica uma zona de transição do *initial branch* para *upper branch*.

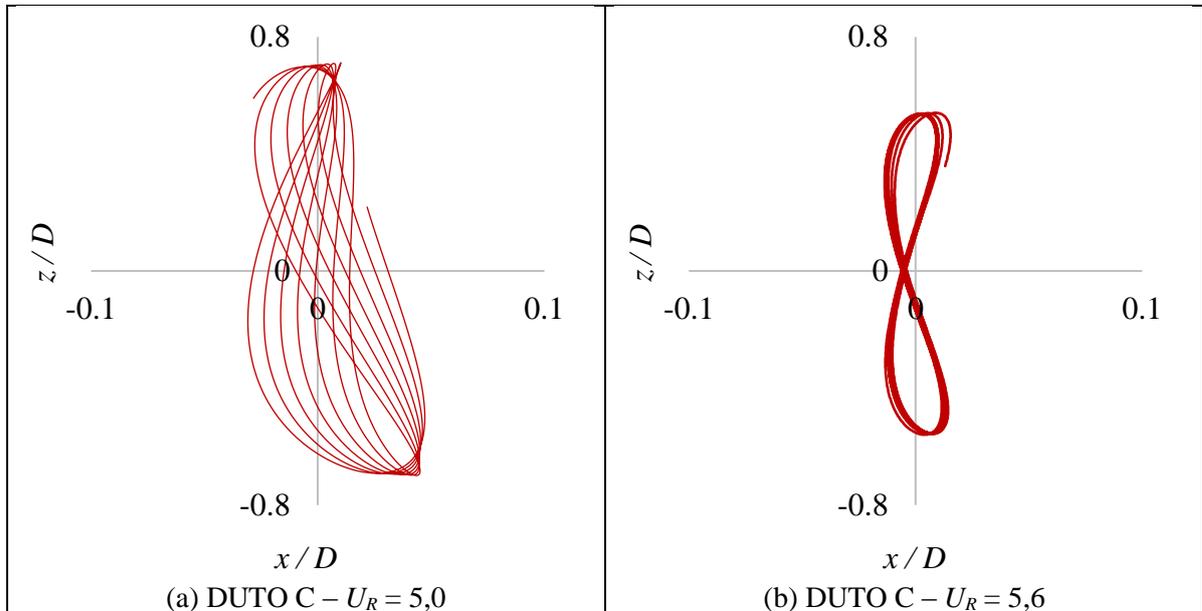


Figura 57: Deslocamento IL (em x) e CF (em z) divididos pelo diâmetro D do DUTO C.

Quanto ao DUTO D, o movimento no plano para $U_R \geq 5,0$ se configura em formato de “C” ou “8” distorcido (Figura 58b). Para velocidades menores, não se observa um formato bem definido (Figura 58a).

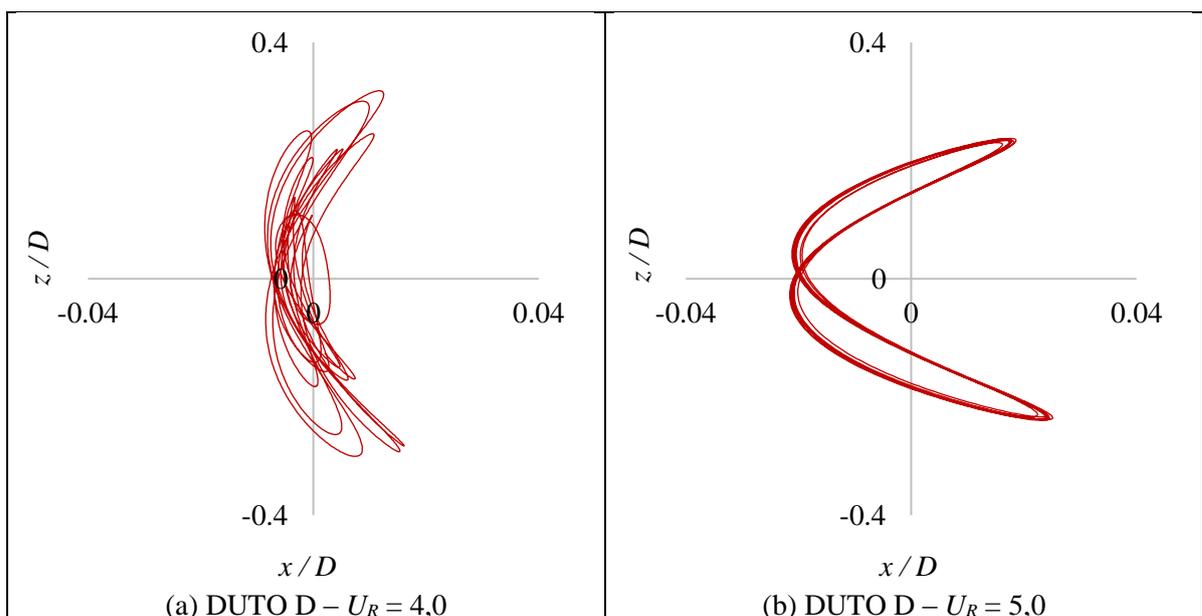


Figura 58: Deslocamento IL (em x) e CF (em z) divididos pelo diâmetro D do DUTO D.

5.2.4.2 Análise quantitativa

Foram analisadas as respostas de amplitude, representada pela raiz da média quadrática (RMS) dividida pelo diâmetro (A_{rms}/D), e da frequência de vibração CF (f_{CF}) para diferentes velocidades reduzidas U_R . Os resultados obtidos por CFD com o modelo 2D equivalente da metodologia proposta no presente trabalho foram comparados com:

- dados experimentais de Li et al (2011) e Tsahalis e Jones (1981);
- modelo empírico da DNV-RP-F105; e
- modelos semi-empíricos de oscilador “Milan” e “Iwan e Blevins” disponibilizados pelo *software* OrcaFlex e baseados nos trabalhos de Falco et al (1999) e Iwan e Blevins (1974).

Para o DUTO C, os resultados numéricos de amplitude apresentaram proximidade aos experimentais (Figura 59), exceto para $U_R = 5,00$, onde o valor é muito maior, e $U_R > 15$, quando o segundo modo de vibração é excitado, o que não pode ser representado pela simplificação proposta, conforme mencionado na seção 4.2. Entretanto, a resposta obtida tem precisão muito superior aos demais métodos comparados, que possuem conservadorismo extremamente elevado.

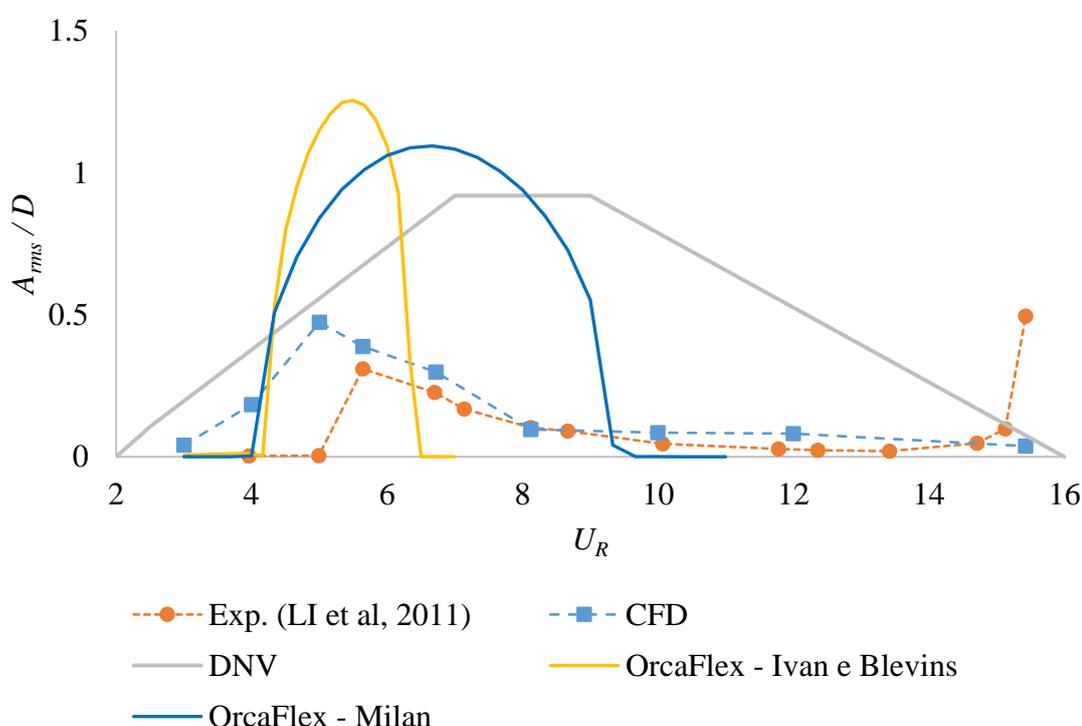


Figura 59: Resposta de amplitude CF (cross-flow) com média RMS dividida pelo diâmetro (A_{rms}/D) versus velocidade reduzida U_R calculada por diferentes métodos (DUTO C).

Quanto à resposta de frequência (Figura 60), os resultados numéricos sofreram um desvio em relação aos experimentais na faixa $6 < U_R < 14$, tendendo a acompanhar a Lei de Strouhal. Na região de maior amplitude de vibração, a resposta numérica mantém a razão f_{CF}/f_n próxima a 1, o que é compatível com as observações de outros experimentos, caracterizando o fenômeno *lock-in*. Um aspecto semelhante ocorre com o modelo de oscilador de Ivan e Blevins (OrcaFlex). O outro modelo oscilador testado (Milan), produziu os resultados de frequência mais próximos aos experimentais.

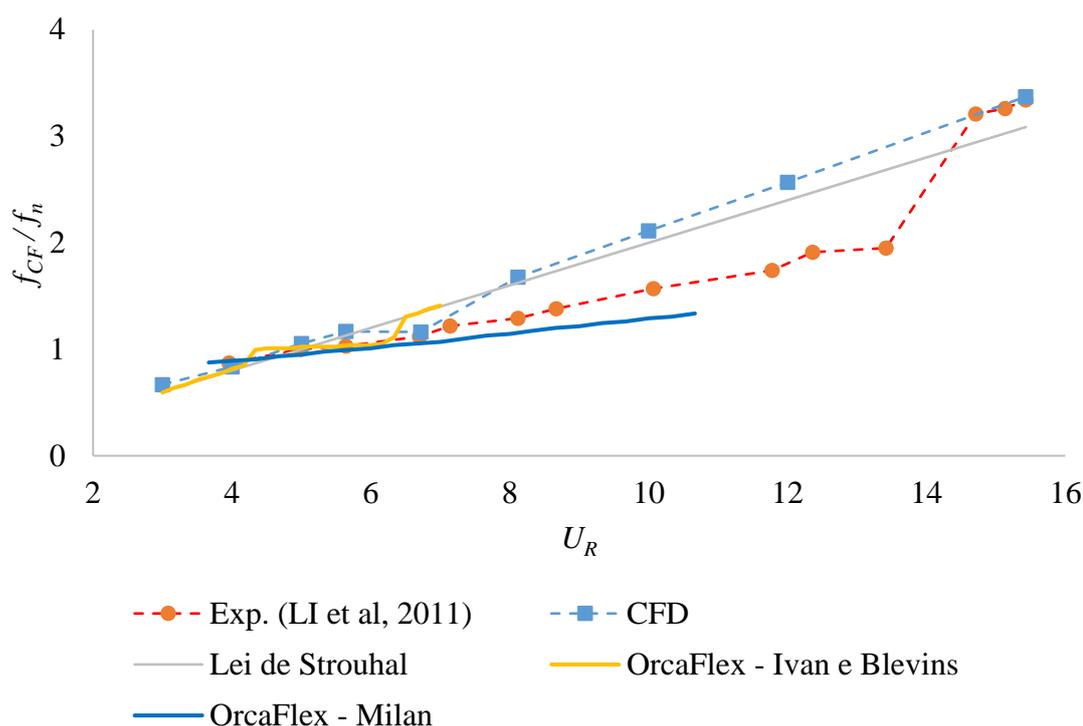


Figura 60: Resposta da frequência CF (cross-flow) dividida pela natural (f_{CF}/f_n) versus velocidade reduzida U_R calculada por diferentes métodos (DUTO C).

Para o DUTO D, os resultados da metodologia proposta apresentaram proximidade aos experimentais para $U_R < 8$ (Figura 61). Já em velocidades maiores ($U_R > 8$), as amplitudes calculadas se distanciam, progressivamente, dos dados experimentais, com valores superiores. O modelo de oscilador Milan, disponibilizado pelo software OrcaFlex, forneceu resultados similares aos do CFD, exceto na região $3 < U_R < 7$, onde foram mais conservadores e para $U_R > 10$ onde ocorreu, em menor intensidade, o contrário. Já o modelo de oscilador Ivan e Blevins (1974), do mesmo software, tem amplitudes muito próximas ao anterior para $U_R < 8$ e resposta praticamente nula no restante do domínio. O modelo de resposta da DNV apresentou um espectro bastante inadequado, majorando as amplitudes na região de $U_R < 10$ e subestimando no restante.

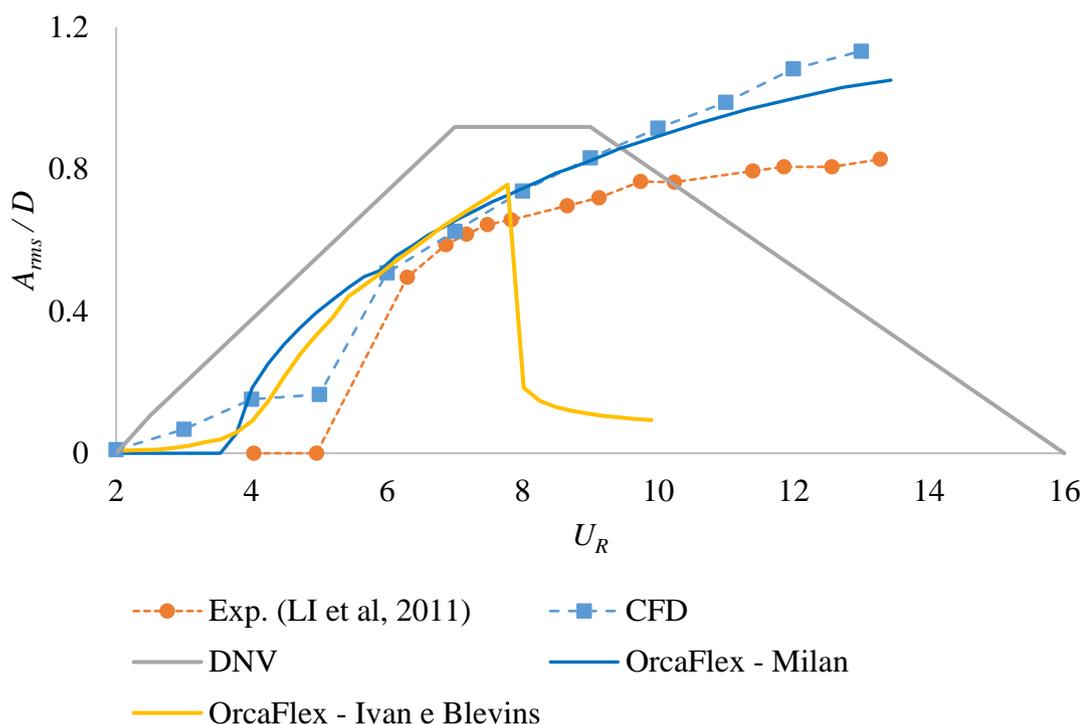


Figura 61: Resposta de amplitude CF (cross-flow) com média RMS dividida pelo diâmetro (A_{rms}/D) versus velocidade reduzida U_R calculada por diferentes métodos (DUTO D).

Portanto, quanto a resposta de amplitude de oscilação, a metodologia proposta foi a que apresentou melhor resposta geral, mantendo resultados conservadores na região de maior erro ($U_R > 8$) e acompanhando os resultados experimentais no restante do domínio.

A frequência de resposta obtida pelo método proposto para o DUTO D (Figura 62) tende a acompanhar a Lei de Strouhal, assim como no DUTO C, enquanto os métodos semi-empíricos apresentaram valores crescentes até $U_R \cong 6$ e decrescente no restante da faixa de teste. Sendo assim, nenhum dos métodos avaliados forneceu resultados de f_{CF}/f_n próximos aos experimentais. No entanto, o método proposto apresentou o comportamento que mais se assemelha ao experimental, com valor de f_{CF} linearmente crescente.

As divergências de valores absolutos, em relação ao experimento, calculados pelo método proposto (modelo CFD 2D) e os semi-empíricos (OrcaFlex) podem ser explicadas, ao menos parcialmente, pela dificuldade relacionada à falta de informação mais detalhada sobre o ajuste realizado por Tsalis e Jones (1981) nas extremidades do duto, conforme mencionado na seção 5.2.1. Não foi possível avaliar os resultados IL, pois ambas as referências experimentais não forneceram dados para essa direção.

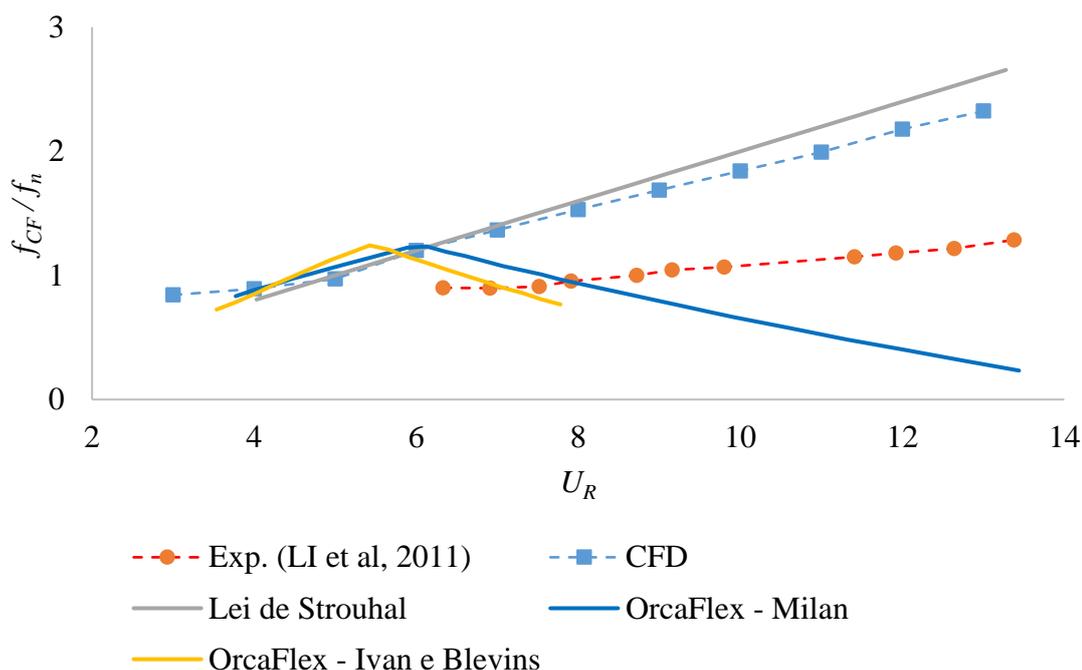


Figura 62: Resposta da frequência CF (cross-flow) dividida pela natural (f_{CF}/f_n) versus velocidade reduzida U_R calculada por diferentes métodos (DUTO D)

Quanto ao custo computacional, em média, foram consumidas 4,8 horas de processamento⁸ para cada segundo de escoamento, o que corresponde a 0,21 segundos de escoamento obtidos por hora de processamento. Uma simulação completa, abrangendo toda a faixa de velocidades reduzidas U_R , requer, no mínimo, 60 segundos de escoamento, consumindo 288 horas (12 dias) computacionais. Ou seja, para obter a resposta de cada velocidade reduzida, o tempo de processamento necessário é de, aproximadamente, 24 horas. Vale ressaltar que a utilização de computadores de alto desempenho (12 ou mais núcleos de processamento), que são acessíveis para empresas de engenharia em O&G, pode reduzir, substancialmente, este tempo.

⁸ Foi configurado processamento paralelo com 6 partições. As principais configurações do computador utilizado são: processador Intel i7-3770K @ 3,5 GHz; 24 GB de memória RAM DDR3 1600 Corsair Vengeance; placa mãe ASUS P8H77-V LE; HD SSD 60GB OCZ Agility 3 Sata III + HD 1,0TB Caviar Green WD10EARX.

6 CONCLUSÃO

Devido a irregularidades frequentes no leito marinho, a instalação de dutos submarinos ocasiona trechos em vão livre, onde não há contato com o solo e os efeitos de carregamentos estáticos e dinâmicos tornam-se mais acentuados. De acordo com as condições ambientais, as propriedades do tubo e do fluido interno, o máximo comprimento de vão livre admissível (MAFSL) deve ser estabelecido, com base em critérios da norma escolhida. Vãos com comprimentos maiores que o MAFSL devem receber medidas mitigadoras, como apoios intermediários e supressores de vórtices, o que acarreta em substancial aumento de custos, tendo em vista a dificuldade para qualquer operação *offshore*.

6.1 CONCLUSÕES SOBRE A ANÁLISE ESTÁTICA

A norma mais adotada, internacionalmente, para avaliação de vãos livres em dutos submarinos é a DNV-RP-F105, que apresenta formulações para obtenção de diversos parâmetros estruturais do vão em regime estático ou *quasi*-estático. Estas formulações, necessitam, previamente, do valor da força efetiva S_{eff} , que, normalmente, é obtido por análise em ferramentas comerciais baseadas em MEF. Este procedimento demanda um tempo considerável de engenharia, sendo necessária mesmo em análises preliminares.

O arqueamento (deslocamento vertical) do duto em vão livre causa, como efeito de segunda ordem, o aumento da força axial, cujo equacionamento torna inviável uma solução analítica exata da equação de vigas. Por este motivo, até o momento, não se tem conhecimento de uma metodologia direta e precisa para obtenção do valor de S_{eff} .

1. Para contornar a dificuldade imposta pelo problema, este trabalho apresenta uma **solução do sistema de equações em questão com aproximação por meio de uma função de 4º grau, que atende aos requisitos necessários para representar a flecha ao longo do duto**. Forçando-se uma distribuição do erro ao longo do comprimento, num procedimento semelhante ao dos resíduos ponderados do MEF, **foi possível obter uma solução direta para o problema, em condição de duto bi-rotulado ou bi-engastado**, envolvendo a definição de dois parâmetros, C_7 e C_8 , complementares aos existentes na norma DNV-RP-F105 (C_1 a C_6).

2. Nos dois casos distintos analisados, comparando-se com os resultados obtidos numericamente, **constatou-se precisão satisfatória dentro de limites pré-estabelecidos de $\delta D < 12$ e $L/\delta > 16$** , perfeitamente compatíveis com as condições práticas da grande maioria dos vãos livres em projetos de dutos submarinos. Os valores calculados apresentaram **divergência máxima de 6%** em relação aos numéricos.
3. **Com auxílio da metodologia desenvolvida, as formulações simplificadas da DNV-RP-F105 puderam ser aplicadas**, fechando um ciclo completo de análise estática e dispensando o uso de ferramentas baseadas no MEF.
4. **As formulações da referida norma também apresentaram resultados muito próximos aos numéricos**, mantendo divergências semelhantes, **exceto pelo momento máximo para duto bi-engastado**, que precisou ser substituído pelo calculado com a solução analítica da equação de viga baseada no S_{eff} já conhecido, ou seja, previamente obtido pela formulação proposta.

6.2 CONCLUSÕES SOBRE A PREVISÃO DE RESPOSTA DINÂMICA POR VIV

Na segunda etapa, o trabalho teve como objetivo a previsão da resposta dinâmica por VIV, fundamental para avaliação de dano por fadiga, além de acentuar as tensões oriundas do equilíbrio estático. Devido à complexidade do fenômeno envolvido, as metodologias existentes mais utilizadas apresentam pouca precisão. Particularmente, o modelo de resposta proposto pela DNV agrega um grau elevado de conservadorismo. Análises numéricas em CFD têm mostrado resultados promissores, no entanto, a aplicação para o problema tridimensional em questão demanda um custo computacional proibitivo para seu emprego prático em projetos.

5. Neste contexto, **foi proposta a conversão do problema tridimensional original num modelo bidimensional equivalente**, que atenda às necessidades mínimas para correlação de parâmetros. Dois casos distintos foram abordados: duto com força axial constante, comum em experimentos de laboratório; e duto com extremidades fixas, normalmente, mais semelhante às condições de dutos submarinos. No primeiro caso, concluiu-se que um sistema massa-mola-amortecedor linear com molas iguais e massas diferentes para direção IL e CF é capaz de representar, teoricamente, o

comportamento estrutural do duto. Já no segundo caso, observou-se que o duto, quando submetido à uma carga lateral, comporta-se como uma mola não linear, cujo valor de rigidez aumenta com o deslocamento sofrido.

6. A variação da rigidez equivalente com o deslocamento causa um impacto na dinâmica do duto, fazendo com que a **frequência natural aumente com a amplitude de oscilação, efeito que não é mencionado na referida norma**. Portanto, neste caso, **foi necessário a utilização de uma mola não linear**, cuja curva força *versus* deslocamento pode ser obtida através da formulação proposta na primeira parte deste trabalho.
7. Então, a metodologia proposta para previsão de resposta de amplitude em VIV foi **comparada com dados de dois experimentos** encontrados na literatura, sendo um para cada caso distinto (força constante e extremidade fixa). **Os resultados obtidos apresentaram boa correlação com os experimentais para a maior parte da faixa de valores de U_R** . Embora mesmo não fornecendo resultados muito precisos, **a metodologia se mostrou a melhor opção entre as comparadas** nesta pesquisa, apresentando, sempre, resultados menos conservadores ou não subestimados.
8. Quanto ao custo computacional, **foi possível reduzir a ordem de grandeza do tempo de processamento de semanas, requeridas por análises CFD tridimensionais, para dias**, o que viabiliza sua utilização em projetos.
9. A equação desenvolvida para cálculo da força axial tem potencial para **emprego em outros casos de membros estruturais muito esbeltos**, quando o efeito de segunda ordem é significativo.
10. O conceito proposto de modelo CFD bidimensional equivalente também **pode ser aplicado em outras situações com características semelhantes**, como *jumpers*, *risers* e segmentos de tubos em equipamentos *subsea*.

6.3 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Devido à diversidade de tópicos e disciplinas abordados no presente trabalho, um número significativo de desdobramentos pode ser desenvolvido, com o intuito de corroborar, aperfeiçoar ou dar continuidade aos produtos obtidos.

1. Sugere-se que a formulação desenvolvida na primeira parte seja aprimorada para incluir o efeito da interação solo-duto, representado como apoios nas extremidades do tubo.
2. Ressalta-se também a carência de trabalhos que abordem a influência da amplitude de vibração na frequência natural, o que ocorre como efeito de segunda ordem. Esta não linearidade pode interferir, significativamente, na previsão da resposta dinâmica de VIV.
3. Quanto ao modelo para previsão de VIV equivalente em 2D, devem ser realizadas comparações com mais experimentos, variando-se condições como a razão de comprimento L/D e a razão de folga até o fundo e/D , a fim de confirmar a confiabilidade do método proposto para aplicação em projetos.
4. Adicionalmente, são sugeridos estudos experimentais de VIV em modelos com condições mais próximas às de dutos submarinos, como o engastamento das extremidades e valores de Re mais elevados.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ANSYS Help v17. ANSYS, Inc, , 2016.

ARONSEN, K. H. **An Experimental Investigation of In-line and Combined In-line and Cross-flow Vortex Induced Vibrations.** [s.l.] Norwegian University of Science and Technology, 2007.

ASME B31.8. Gas transmission and distribution piping systems. American Society for Mechanical Engineers, , 2016.

BAO, Y. et al. Generalized thick strip modelling for vortex-induced vibration of long flexible cylinders. **Journal of Computational Physics**, v. 321, n. 800, p. 1079–1097, 2016.

BARTH, T. J.; JESPERSEN, D. C. **The design and application of upwind schemes on unstructured meshes.** Aerospace Sciences Meeting. **Anais...Reno, NV: AIAA**, 1989

BEARMAN, P. W. Understanding and predicting vortex-induced vibrations. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 634, p. 1–4, 2009.

BELTRÃO, R. L. C. et al. SS: Pre-salt Santos basin-Challenges and New Technologies for the Development of the Pre-salt Cluster, Santos Basin, Brazil. **Offshore Technology ...**, n. July, p. 11, 2009.

BISHOP, R. E. D.; HASSAN, A. Y. The Lift and Drag Forces on a Circular Cylinder Oscillating in a Flowing Fluid. **Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 277, n. 1368, p. 51–75, 1964.

BOURGUET, R.; KARNIADAKIS, G. E.; TRIANTAFYLLOU, M. S. Vortex-induced vibrations of a long flexible cylinder in shear flow. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 677, n. 2011, p. 342–382, 2011.

BRAESTRUP, M. W. Marine Pipeline Technology. **Structural Engineering International**, v. 3, p. 204–212, 2006.

BRUSCHI, R. et al. Pipe technology and installation equipment for frontier deep water projects. **Ocean Engineering**, v. 108, p. 369–392, 2015.

BRUSCHI, R.; VITALI, L. Large-Amplitude Oscillations of Geometrically Nonlinear Elastic Beams Subjected to Hydrodynamic Excitation. **Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering**, v. 113, n. 2, p. 92, 1991.

BS EN 14161:2011. Petroleum and natural gas industries. Pipeline transportation systems. BSI Standards, , 2011.

CHENG, L.; ZHOU, Y.; ZHANG, M. M. Perturbed interaction between vortex shedding and induced vibration. **Journal of Fluids and Structures**, v. 17, n. 7, p. 887–901, 2003.

CHOI, H. S. Free spanning analysis of offshore pipelines. **Ocean Engineering**, v. 28, n. 10, p. 1325–1338, 2001.

COSTA, A. M. DA et al. **Soil-structure interaction of heated pipeline buried in soft clay**. 2002 4th International Pipeline Conference. **Anais...ASME**, 2002

DAHL, J. M. et al. Dual resonance in vortex-induced vibrations at subcritical and supercritical Reynolds numbers. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 643, p. 395, 2010.

DAHL, J. M.; HOVER, F. S.; TRIANTAFYLLOU, M. S. Two-degree-of-freedom vortex-induced vibrations using a force assisted apparatus. **Journal of Fluids and Structures**, v. 22, n. 6–7, p. 807–818, 2006.

DAY, A. H. et al. Hydrodynamic modelling of marine renewable energy devices: A state of the art review. **Ocean Engineering**, v. 108, p. 46–69, 2015.

DET NORSKE VERITAS. DNV-RP-F105: Free Spanning Pipelines. n. February, p. 1–46, 2006.

DET NORSKE VERITAS. Submarine Pipeline Systems (DNV-OS-F101). **Det Norske Veritas**, n. Outubro, p. 367, 2013.

FALCO, M.; FOSSATI, F.; RESTA, F. **On the vortex induced vibration of submarine cables: Design optimization of wrapped cables for controlling vibrations**. 3rd International Symposium on Cable Dynamics. **Anais...Trondheim, Norway**: 1999

FANG, I. et al. **Global Marine Trends**. Lloyd's Register, London: QinetiQ and University of Strathclyde, 2013.

FENG, C. C. **The measurement of vortex induced effects in flow past stationary and oscillating circular and D-section cylinders**. [s.l.] The University of British Columbia, 1968.

FERNANDES, A. C.; MIRZAEISEFAT, S.; CASCÃO, L. V. Fundamental behavior of Vortex Self Induced Vibration (VSIV). **Applied Ocean Research**, v. 47, n. June, p. 183–191, 2014.

FYRILEIV, O.; COLLBERG, L. **Influence of Pressure in Pipeline Design: Effective Axial Force**. 24th International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering: Volume 3. **Anais...Halkidiki, Greece: ASME**, 2005

FYRILEIV, O.; MORK, K. **Structural Response of Pipeline Free Spans Based on Beam Theory**. 21st International Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering. **Anais...Oslo, Norway: OMAE 2002**, 2002

GALGOUL, N. S.; MASSA, A. L. L.; CLARO, C. A. **Lateral Buckling: Trying to be Less Conservative**. 2004 International Pipeline Conference, Volumes 1, 2, and 3. **Anais...Calgary, Alberta, Canada: ASME**, 2004a

GALGOUL, N. S.; MASSA, A. L. L.; CLARO, C. A. A Discussion on How Internal Pressure is Treated in Offshore Pipeline Design. **2004 International Pipeline Conference, Volumes 1, 2, and 3**, v. 2, n. 3, p. 1887–1890, 2004b.

GERWICK JR, B. C. **Construction of Marine and Offshore Structures**. 3rd. ed. Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.

GREGORY, R. W.; PAIDOUSSIS, M. P. Unstable Oscillation of Tubular Cantilevers

Conveying Fluid. I. Theory. **Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences**, v. 293, n. 1435, p. 512–527, 1966.

GUILMINEAU, E.; QUEUTEY, P. Numerical simulation of vortex-induced vibration of a circular cylinder with low mass-damping in a turbulent flow. **Journal of Fluids and Structures**, v. 19, n. 4, p. 449–466, 2004.

HALLAK, P. H. et al. Aerodynamic behavior analysis of Rio-Niterói bridge by means of computational fluid dynamics. **Engineering Structures**, v. 56, p. 935–944, 2013.

HOBBS, R. E. Pipeline buckling caused by axial loads. **Journal of Constructional Steel Research**, v. 1, n. 2, p. 2–10, 1981.

HOBBS, R. E. **Influence of structural boundary conditions on pipeline free span dynamics**. ASME, 1986

HUANG, K.; CHEN, H. C.; CHEN, C. R. Numerical scheme for riser motion calculation during 3-D VIV simulation. **Journal of Fluids and Structures**, v. 27, n. 7, p. 947–961, 2011.

HUERA-HUARTE, F. J.; BANGASH, Z. A.; GONZÁLEZ, L. M. Towing tank experiments on the vortex-induced vibrations of low mass ratio long flexible cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 48, p. 81–92, 2014.

HUERA HUARTE, F. J.; BEARMAN, P. W.; CHAPLIN, J. R. On the force distribution along the axis of a flexible circular cylinder undergoing multi-mode vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 22, n. 6–7, p. 897–903, 2006.

IRVING, R. **Beyond the Quadratic Formula**. [s.l.] Mathematical Association of America, 2013.

ISO 13623:2009. Petroleum and natural gas industries -- Pipeline transportation systems. International Organization for Standardization, , 2009.

IWAN, W. D.; BLEVINS, R. D. A Model for Vortex Induced Oscillation of Structures. **Journal of Applied Mechanics**, v. 41, n. 3, p. 581–586, 1 set. 1974.

JAKOBSEN, B. Design of the Submerged Floating Tunnel operating under various conditions. **Procedia Engineering**, v. 4, n. 1877, p. 71–79, 2010.

JAUVTIS, N.; WILLIAMSON, C. H. K. The effect of two degrees of freedom on vortex-induced vibration at low mass and damping. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 509, p. 23–62, 2004.

KANG, Z.; JIA, L. An experiment study of a cylinder's two degree of freedom VIV trajectories. **Ocean Engineering**, v. 70, p. 129–140, 2013.

KARAMPOUR, H.; ALBERMANI, F.; VEIDT, M. Buckle interaction in deep subsea pipelines. **Thin-Walled Structures**, v. 72, p. 113–120, 2013.

KERR, A. D. Analysis of thermal track buckling in the lateral plane. **Acta Mechanica**, v. 30, n. 1, p. 17–50, 1978.

KHALAK, A.; WILLIAMSON, C. Dynamics of a hydroelastic cylinder with very low mass and damping. **Journal of Fluids and Structures**, v. 10, n. 5, p. 455–472, 1996.

KHALAK, A.; WILLIAMSON, C. H. K. Investigation of relative effects of mass and damping in vortex-induced vibration of a circular cylinder. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 69–71, p. 341–350, 1997a.

KHALAK, A.; WILLIAMSON, C. H. K. Fluid Forces And Dynamics Of A Hydroelastic Structure With Very Low Mass And Damping. **Journal of Fluids and Structures**, v. 11, n. 8, p. 973–982, 1997b.

KOLMOGOROV, A. N. Equations of turbulent motion of an incompressible fluid. **Izv. Akad. Nauk SSSR, Ser. Fiz**, v. 6, n. 56–58, 1942.

LI, X. C. et al. Experimental investigation of vortex-induced vibrations of long free spans near seabed. **Science China Technological Sciences**, v. 54, n. 3, p. 698–704, 2011.

LIENHARD, J. H. **Synopsis of lift, drag, and vortex frequency data for rigid circular cylinders** Bulletin 300 Washington State University, , 1966.

LIENHARD IV, J. H.; LIENHARD V, J. H. **A heat transfer textbook**. 4. ed. Cambridge, Massachusetts: Phlogiston Press, 2016.

MALISKA, C. R. **Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional**. 2. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2004.

MARRIS, A. W. A Review on Vortex Streets, Periodic Wakes, and Induced Vibration Phenomena. **Journal of Basic Engineering**, v. 86, n. 2, p. 185–193, 1 jun. 1964.

MENEGHINI, J. R.; BEARMAN, P. W. **Numerical Simulation High Amplitude Oscillatory Flow About a Circular Cylinder** **Journal of Fluids and Structures**, 1995.

MORSE, T. L.; WILLIAMSON, C. H. K. Prediction of vortex-induced vibration response by employing controlled motion. **Journal of Fluid Mechanics**, v. 634, p. 5–39, 2009.

ONG, M. C. et al. Numerical simulation of flow around a smooth circular cylinder at very high Reynolds numbers. **Marine Structures**, v. 22, n. 2, p. 142–153, 2009.

ONGOREN, A.; ROCKWELL, D. Flow structure from an oscillating cylinder Part 1. Mechanisms of phase shift and recovery in the near wake. **Journal of Fluid Mechanics**1, v. 191, p. 197–223, 1988.

OrcaFlex 10.0a Help. Orcina Ltd, , 2015.

PALMER, A. C. et al. Instability of Pipelines on Slopes. **Journal of Applied Mechanics**, v. 66, n. 3, p. 794–799, 1 set. 1999.

PALMER, A. C.; BALDRY, J. A. S. Lateral Buckling of Axially Constrained Pipelines. **Journal of Petroleum Technology**, v. 26, n. 11, p. 1283–1284, 1974.

PARK, J.; KWON, K.; CHOI, H. Numerical solutions of flow past a circular cylinder at Reynolds numbers up to 160. **KSME International Journal**, v. 12, n. 6, p. 1200–1205, 1998.

RAGHAVAN, K.; BERNITSAS, M. M. Experimental investigation of Reynolds number effect on vortex induced vibration of rigid circular cylinder on elastic supports. **Ocean Engineering**, v. 38, n. 5–6, p. 719–731, 2011.

RAHMAN, M. M.; KARIM, M. M.; ALIM, M. A. Numerical investigation of unsteady flow past a circular cylinder using 2-D finite volume method. **Journal of Naval Architecture and Marine Engineering**, v. 4, n. 1997, p. 27–42, 2008.

ROSHKO. On the drag and shedding frequency of two-dimensional bluff bodies. **NACA Technical Note 3169**, n. July 1954, p. 1–30, 1954.

SCHMITT, F. G. About Boussinesq's turbulent viscosity hypothesis: historical remarks and a direct evaluation of its validity. **Comptes Rendus - Mecanique**, v. 335, n. 9–10, p. 617–627, 2007.

SHANG MAO, A.; LI PING, S. The effect of functional loads on free spanning pipeline's VIV response. **Journal of Marine Science and Application**, v. 8, n. 2, p. 151–155, 2009.

Shear7 4.9b User Guide. AMOG Consulting, , 2016.

SPARKS, C. P. The Influence of Tension, Pressure and Weight on Pipe and Riser Deformations and Stresses. **Journal of Energy Resources Technology**, v. 106, n. 1, p. 46, 1984.

STRINGER, R. M.; ZANG, J.; HILLIS, A. J. Unsteady RANS computations of flow around a circular cylinder for a wide range of Reynolds numbers. **Ocean Engineering**, v. 87, p. 1–9, 2014.

THORSEN, M. J.; SÆVIK, S.; LARSEN, C. M. A simplified method for time domain simulation of cross-flow vortex-induced vibrations. **Journal of Fluids and Structures**, v. 49, p. 135–148, 2014.

TSAHALIS, D. T. Vortex-Induced Vibrations of a Flexible Cylinder Near a Plane Boundary Exposed to Steady and Wave-Induced Currents. **Journal of Energy Resources Technology**, v. 106, n. 2, p. 206–213, 1984.

TSAHALIS, D. T.; JONES, W. T. **Vortex-Induced Vibrations Of A Flexible Cylinder Near A Plane Boundary In Steady Flow**. Offshore Technology Conference. **Anais...**Houston, Texas: OTC, 1981

UNIVERSIDADE FEDERAL FLUMINENSE. **Apresentação de trabalhos monográficos de conclusão de cursos**. 10. ed. Niterói, RJ: Editora da UFF, 2012.

VAN DER WAERDEN, B. L. **A History of Algebra: From al-Khwarizmi to Emmy Noether**. 1. ed. [s.l.] Springer Berlin Heidelberg, 1985.

VANDIVER, J. K.; JONG, J.-Y. The relationship between in-line and cross-flow vortex-induced vibration of cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 1, n. 4, p. 381–399, 1987.

VEDELD, K. et al. Effective axial forces in offshore lined and clad pipes. **Engineering Structures**, v. 66, p. 66–80, 2014.

VEDELD, K.; SOLLUND, H.; HELLESLAND, J. Free vibrations of free spanning offshore

- pipelines. **Engineering Structures**, v. 56, p. 68–82, 2013.
- WHITE, F. M. **Fluid Mechanics**. 7. ed. New York: McGraw-Hill, 2010.
- WILCOX, D. C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. **AIAA Journal**, v. 26, n. 11, p. 1299–1310, 1 nov. 1988.
- WILCOX, D. C. **Turbulence Modeling for CFD**. La Cañada, California: DCW Industries, Inc., 1993.
- WILLDEN, R. H. J.; GRAHAM, J. M. R. Numerical Prediction of VIV on Long Flexible Circular Cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 15, n. 3–4, p. 659–669, 2001.
- WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. Vortex-Induced Vibrations. **Annual Review of Fluid Mechanics**, v. 36, n. 1, p. 413–455, 2004.
- WILLIAMSON, C. H. K.; GOVARDHAN, R. A brief review of recent results in vortex-induced vibrations. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 96, n. 6–7, p. 713–735, 2008.
- WILLIAMSON, C. H. K.; ROSHKO, A. Vortex formation in the wake of an oscillating cylinder. **Journal of Fluids and Structures**, v. 2, n. 4, p. 355–381, 1988.
- WROBEL, L. C. et al. **Métodos numéricos em recursos hídricos I**. 1. ed. Rio de Janeiro: ABRH, 1989.
- WU, X.; GE, F.; HONG, Y. A review of recent studies on vortex-induced vibrations of long slender cylinders. **Journal of Fluids and Structures**, v. 28, p. 292–308, 2012.
- XIE, F. et al. A numerical simulation of VIV on a flexible circular cylinder. **Fluid Dynamics Research**, v. 44, n. 4, p. 45508, 2012.
- XU, J. et al. Calculation of maximum allowable free span length and safety assessment of the DF1-1 submarine pipeline. **Journal of Ocean University of China**, v. 9, n. 1, p. 1–10, 2010.
- ZDRAVKOVICH, M. M. Conceptual overview of laminar and turbulent flows past smooth and rough circular cylinders. **Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics**, v. 33, n. 1–2, p. 53–62, 1990.
- ZHAO, M. et al. Hydrodynamic forces on dual cylinders of different diameters in steady currents. **Journal of Fluids and Structures**, v. 23, n. 1, p. 59–83, 2007.
- ZHAO, M. et al. Three-dimensional numerical simulation of vortex-induced vibration of an elastically mounted rigid circular cylinder in steady current. **Journal of Fluids and Structures**, v. 50, p. 292–311, 2014.
- ZHAO, M.; CHENG, L. Numerical simulation of two-degree-of-freedom vortex-induced vibration of a circular cylinder close to a plane boundary. **Journal of Fluids and Structures**, v. 27, n. 7, p. 1097–1110, 2011.